Е. Н. Жидков (Москва, МГТУ). **Об обратной задаче нелинейной теплопроводности.**

Пусть тепловое поле удовлетворяет следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - k\sqrt{(u-u_1)\eta(u-u_1)}\int_0^t \sqrt{(u-u_1)\eta(u-u_1)}\,d\tau, \\ &u(x,0)=u_0, \quad -a^2\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = \alpha u_0(t)+\beta(t), \quad u(x,l)=u_0. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь α, a, u_0, u_1 — неотрицательные постоянные, $u_0 < u_1$, $\eta(u)$ — функция Хевисайда, $\beta(t) \geqslant 0$, $\beta(t) \in L_2[0,T]$.

В качестве обратной задачи рассмотрим следующую. Пусть нам известно решение задачи (1) при $t=T$, $u(x,T)=\varphi(x)$. Требуется, зная $\varphi(x)$, найти функцию $\beta(t)$.

Для практического решения поставленной задачи дискретизируем задачу (1). Для этого введем равномерную сетку $\omega_{h,\tau} = \{(x_i,t_j)\}$, $x_i = ih$, $t_j=\tau j$, $h=l/n$, $\tau = T/m$. При этом задача (1) примет вид

$$\begin{aligned} &\frac{u_i^{l+1}-u_i^l}{\tau} = a^2\frac{u_{i+1}^{l+1}-2u_i^{l+1}+u_{i-1}^{l+1}}{h^2} - k\sqrt{(u_i^j-u_1)\eta(u_i^j-u_1)}\,h\sum_{t=0}^{j}\sqrt{(u_i^t-u_1)\eta(u_i^t-u_1)}, \\ &u_j^0=u_0, \quad -\frac{u_1^{l+1}-u_0^{l+1}}{h} = \alpha u_0^{l+1}+\beta^{l+1}, \quad u_n^{l+1}=u_0. \end{aligned}$$

Эту (прямую) задачу будем решать методом прогонки. Для решения обратной задачи в качестве целевой функции возьмем $\Phi = \sum_{t=0}^n h(u_i^m-\varphi_i)^2$.

Решение модельных задач показывает хорошее качество решения.