Ю. Н. Горелов, С. Б. Данилов, Е. А. Тропкина (Самара, ИПУСС РАН, СамГУ). **Об одном подходе к приближенному решению задачи оптимального управления переориентацией космического аппарата.**

Рассматривается вращательное движение космического аппарата (КА) вокруг центра масс [1]:

$$\dot{\sigma} = N(\sigma)\widetilde{\omega}, \quad \dot{\widetilde{\omega}} = u + f_\omega, \tag{1}$$

где σ — вектор параметров ориентации, $\widetilde{\omega}$ — вектор угловой скорости КА в орбитальной системе координат (ОСК), вращающейся в инерциальном пространстве с угловой скоростью $\omega_{\text{ОСК}}(t)$ как известной вектор-функцией времени ($\omega = \widetilde{\omega} + \omega_{\text{ОСК}}$ есть вектор абсолютной угловой скорости КА), u — вектор управляющих параметров и $f_\omega = f_\omega(t,\sigma,\widetilde{\omega})$ — вектор-функция, определяемая гироскопическим и иными возмущающими моментами. Вид матрицы $N(\sigma)$ определяется системой выбранных параметров ориентации. Маневр переориентации КА в ОСК задается граничными условиями

$$\sigma(t_0) = \sigma_0, \quad \sigma(t_f) = \sigma_f, \tag{2}$$

$$\omega(t_0) = \omega_0, \quad \omega(t_f) = \omega_f, \tag{3}$$

где $\sigma_0, \sigma_f, \omega_0, \omega_f$ — значения параметров для начальной и конечной ориентации (состояния) КА, а $[t_0, t_f]$ — заданный интервал управления.

При малых угловых движениях и скоростях КА, когда матрица $N(\sigma)$ почти единичная, система (1) распадается на подсистемы, описывающие вращательное движение КА по соответствующим каналам управления [1], и при этом $\sigma \approx \pi$, где π — вектор квазикоординат, отвечающих параметрам ориентации σ. Соответственно, тогда в (1) первое уравнение можно заменить следующим кинематическим соотношением: $\dot{\pi} = \widetilde{\omega}$, и с учетом этой замены уравнения вращательного движения КА (1) приводятся к следующему виду:

$$\dot{\pi} = \widetilde{\omega}, \quad \dot{\widetilde{\omega}} = u + f_\omega, \tag{4}$$

и к замене граничных условий (2) следующими условиями:

$$\pi(t_0) = \pi_0, \quad \pi(t_f) = \pi_f, \tag{5}$$

где в силу определения квазикоординат и без ограничения общности можно принять $\pi_0 = 0$, а π_f — вектор их значений в конечный момент времени. Если в (4) предположить, что f_ω — некоторая известная на интервале управления вектор-функция времени, то эту систему можно рассматривать как линейную управляемую систему, для которой, как и для (1), можно сформулировать двухточечную граничную задачу: найти допустимое управление $u \in L_q$, удовлетворяющее соответствующим граничным условиям.

В задачах оптимального управления переориентацией КА, при тех же условиях, дополнительно требуется минимизировать функционалы, например, типа нормы в функциональных пространствах $L_q[t_0, t_f]$, $1 \leqslant q \leqslant \infty$ [2]:

$$J(u(\cdot)) = \|u(\cdot)\|^{(v)}_{L_q} \to \min, \tag{6}$$

где $\|u(\cdot)\|^{(v)}_{L_q} = (\int_{t_0}^{t_f} \|u(\tau)\|_v^q \, d\tau)^{1/q}$ при $1 \leqslant q < \infty$, $\|u(\tau)\|_v$ — гельдеровская норма $u(\tau)$ ($\forall\ \tau \in [t_0, t_f]$, $1 \leqslant v \leqslant \infty$); если $q = \infty$, то $\|u(\cdot)\|^{(v)}_{L_\infty} = \operatorname{vrai\,max}_{\tau \in [t_0, t_f]} \|u(\tau)\|_v$.

Различные сочетания q и v в (6) приводят к разным по содержанию постановкам задач оптимального управления (2)–(6). Как известно [2], они эффективно решаются сведением к оптимальной проблеме моментов. Если можно было бы указать значение

π_f в (5), исходя из (2), то сразу же можно было бы получить оптимальное управление для задачи (2)–(4), (6):

$$u^*(t) = u^*(t; c_\pi, c_\omega, \pi_f), \quad \forall\, t \in [t_0, t_f], \tag{7}$$

где $c_\pi = \pi_f - T\widetilde{\omega}_0 - g_{1f}$ (здесь и ниже $T = t_f - t_0$), $c_\omega = \widetilde{\omega}_f - \widetilde{\omega}_0 - g_{2f}$, $g_{1f} = g_1(t_f)$, $g_{2f} = g_2(t_f)$, а $g_1(t)$ и $g_2(t)$ — решение следующей системы:

$$\dot{g}_1 = g_2, \quad \dot{g}_2 = \widetilde{f}_\omega(t), \quad g_1(t_0) = 0, \quad g_2(t_0) = 0, \tag{8}$$

где $\widetilde{f}_\omega(t) = f_\omega(t, \sigma(t), \widetilde{\omega}(t))$.

Основные особенности замены задачи управления (1)–(3), (6) задачей (3)–(6) заключаются в следующем: во-первых, для заданных условий (2) заранее нельзя указать значение π_f, исключая случай, когда $N(\sigma) \cong \mathbf{E}_3$, и, стало быть, имеет место $\pi_f \cong \sigma_f - \sigma_0$; во-вторых, введение функции $\widetilde{f}_\omega(t)$ приводит к «линеаризации» системы (4) и возможности синтеза (7) методом моментов. Принимая вначале в (4) $\widetilde{f}_\omega(t) \equiv 0$, нетрудно найти, например, методом градиентного спуска такое значение $\pi_f = \pi_f^{(0)}$, что с учетом (7) решение системы $\dot{\pi}^{(0)} = \widetilde{\omega}^{(0)}$, $\dot{\widetilde{\omega}}^{(0)} = u^{(0)}(t) = u^*(t; c_\pi, c_\omega, \pi_f^{(0)})$, $\dot{\sigma}^{(0)} = N(\sigma^{(0)})\widetilde{\omega}^{(0)}$, будет удовлетворять (с требуемой точностью) граничным условиям (2), (3), (5) и, более того, его можно принять в качестве нулевого приближения для задачи (3)–(6). Переходя к отысканию следующего приближения решения этой задачи, следует принять $\widetilde{f}_\omega^{(0)}(t) = f_\omega(t, \sigma^{(0)}(t), \widetilde{\omega}^{(0)}(t))$, а также учесть наличие (пока нулевых) поправок $g_{1f}^{(0)} = 0$ и $g_{2f}^{(0)} = 0$. Таким образом, здесь требуется найти такое значение $\pi_f = \pi_f^{(1)}$, чтобы и в этом случае выполнялись с требуемой точностью граничные условия (2), (3), (5).

В общем случае построение k-го приближения сводится к отысканию $\pi_f = \pi_f^{(k)}$ и соответствующего ему решения системы

$$\dot{\pi}^{(k)} = \widetilde{\omega}^{(k)}, \quad \dot{\widetilde{\omega}}^{(k)} = u^{(k)}(t) + \widetilde{f}_\omega^{(k-1)}(t), \quad \dot{\sigma}^{(k)} = N(\sigma^{(k)})\widetilde{\omega}^{(k)}, \qquad k = 1, 2, \ldots, \tag{9}$$

где $\widetilde{f}_\omega^{(k-1)}(t) = f_\omega(t, \sigma^{(k-1)}(t), \widetilde{\omega}^{(k-1)}(t))$, $u^{(k)}(t) = u^*(t; c_\pi^{(k)}, \pi_\omega^{(k)}, \pi_f^{(k)})$, $c_\pi^{(k)} = \pi_f^{(k)} - T\widetilde{\omega}_0 - g_{1f}^{(k-1)}$, $c_\omega^{(k)} = \widetilde{\omega}_f - \widetilde{\omega}_0 - g_{2f}^{(k-1)}$, а $g_{1f}^{(k-1)} = g_1^{(k-1)}(t_f)$, $g_{2f}^{(k-1)} = g_2^{(k-1)}(t_f)$ — значения поправок, получаемых при решении системы (8) с вектор-функцией $\widetilde{f}_\omega^{(k-1)}(t)$.

При $k \to \infty$ для итерационного процесса (9) имеет место $\pi_f^{(k)} \to \pi_f^*$, $g_{1f}^{(k)} \to g_{1f}^*$, $g_{2f}^{(k)} \to g_{2f}^*$, где g_{1f}^* и g_{2f}^* таковы, что $c_\pi^* = \pi_f^* - T\widetilde{\omega}_0$, $c_\omega^* = \widetilde{\omega}_f - \widetilde{\omega}_0 - g_{2f}^*$, а $u^*(t) = u^*(t; c_\pi^*, c_\omega^*, \pi_f^*)$ — оптимальная программа управления (7) для задачи управления (1)–(3), (6). Существование указанных пределов можно доказать при использовании схемы последовательных приближений Пикара [3].

Результаты моделирования синтеза оптимального управления в задаче (1)–(3), (6) с функционалом $\|u(\cdot)\|_{L_2}^{(2)}$ показали высокую эффективность предложенного алгоритма вычисления приближенного решения указанной задачи (с точностью до нескольких угловых секунд по конечным значениям параметров ориентации КА), что вполне приемлемо при формировании программы оптимального управления переориентацией КА дистанционного зондирования Земли на межмаршрутных интервалах при перенацеливании аппаратуры зондирования [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Раушенбах Б. В.*, *Токарь В. В.* Управление ориентацией космических аппаратов. М.: Наука, 1974, 600 с.
2. *Красовский Н. Н.* Теория управления движением: линейные системы. М.: Наука, 1965, 476 с.
3. *Матвеев Н. М.* Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Высшая школа, 1967, 564 с.
4. *Горелов Ю. Н.* Интегральные программы управления угловым движением космического аппарата дистанционного зондирования Земли. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2008, т. 15, в. 3, с. 1063–1065.