К. К. Рыбников, **О. К. Чернобровина** (Мытищи, МГУ леса). **История развития теории выпуклых многогранников как основы аппарата линейного программирования.**

Одним из наиболее ярких событий в мире математики в XX веке явилось открытие Дж. Б. Данцигом в 1940-х годах метода решения общей задачи линейного программирования, получившего название «симплекс-метод» [1].

Надо сказать, что еще в 1939 году в Советском Союзе появилась работа, которая, как выяснилось позднее, могла бы быть оценена как фундаментальная для развития теории линейного программирования. Решая чисто практическую задачу, поставленную перед ним руководителями лаборатории фанерного треста, которые стремились создать модель оптимального распределения материала между станками, профессор Л. В. Канторович практически дал метод решения задачи линейного программирования как рассматриваемой модели [2].

Однако признание этого факта последовало значительно позже в 1959–1960 годах благодаря подробному анализу работ Л. В. Канторовича Т. Купмансом (см., например, [5]). Видимо, причина в несколько несвоевременной оценке результатов Л. В. Канторовича состоит в том, что именно Дж. Данцигу удалось создать метод геометрически иллюстративный, заключающийся в трактовке полиэдрального множества допустимых значений решений задачи линейного программирования как выпуклого многогранника и изложении алгоритма перехода от вершины этого многогранника к новой вершине и т. д. вплоть до получения вершины — решения рассматриваемой задачи.

Каковы же истоки создания симплекс-метода?

Авторы предлагают следующую историческую схему анализа этого вопроса (разумеется, предельно сокращенную).

1. В 1826 году Ж.Б.Фурье рассмотрел задачу о нахождении минимума $\|Ax-b\|_\infty$, $\|\beta\|_\infty = \max\{|\beta_1|, |\beta|_2, \dots, |\beta|_n\}$, для матриц A размера $m \times n$ и m-мерного вектора b, для которой дал описание движения от точки к точке «чаши» (по Фурье) с целью достижения ее «самой низкой точки», рассмотрев случай $m = 2$, но сделав замечание о возможности изучения в $(n+1)$-мерном пространстве выпуклой кусочно-линейной поверхности $z = \max_{1\leqslant i\leqslant m} |\delta_i(x)|$, где $\delta_i(x) = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + a_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, при решении задачи минимизации z (см., например, [3, 5, 7]).

2. Интерес к многомерным задачам минимизации $\|Ax - b\|_\infty$ возник еще ранее благодаря проблемам теоретической механики (Лагранж, Лаплас — 1798, Лежандр — 1805, Фурье — 1827, Остроградский — 1838) и разработке методов решения систем линейных неравенств.

Наконец, в 1910 году Валле-Пуссен разработал метод решения этой задачи, который может рассматриваться как предшественник симплекс-метода (см., например, [5]).

3. Немалую роль в развитии идей, положенных в основу симплекс-метода, сыграли принципы так называемого *чебышевского приближения* (по работам П. Л. Чебышева (1821–1894)). Поиск чебышевской точки x^*, т. е. точки, наименее уклоняющейся по модулю от системы плоскостей $\delta_i(x) = 0$, $i = 1, 2, \dots, m$, формулируется как задача определения

$$\inf_x \max_{1\leqslant i\leqslant m} |\delta_i(x)| = \max_{1\leqslant i\leqslant m} |\delta_i(x^*)|. \tag{1}$$

Теорема (см., например, [6]). *Задача чебышевского приближения* (1) *эквивалентна задаче линейного программирования вида*

$$z = x_{n+1} \to \min \quad \textit{при условиях} \quad \delta_i(x) \leqslant x_{n+1},$$

$$-\delta_i + x_{n+1} \equiv -\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + x_{n+1} - a_i \geqslant 0,\ \delta_i + x_{n+1} \equiv \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + x_{n+1} + a_i \geqslant 0.$$

4. Наконец, благодаря результатам Г. Вейля (1897), Г. Минковского и Г. Вороного (1909) была установлена связь между многогранниками и полиэдрами.

Теорема Вейля–Минковского (см., например, [8]). *Множество M является многогранником тогда и только тогда, когда M — ограниченный полиэдр.*

В трудах Г. Ф. Вороного [4] общая задача изучения геометрических свойств многогранника рассматривалась как решение конечной системы линейных неравенств.

В заключение следует сказать, что все-таки алгоритмическая реализация идеи направленного перебора вершин многогранника, составившая суть симплекс-метода, является заслугой Дж. Б. Данцига.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Данциг Дж. Б.* Линейное программирование, его применения и обобщения. М.: Прогресс, 1966.
2. *Канторович Л. В.* Математические методы в организации и планировании производства. Л.: ЛГУ, 1939.
3. *Рыбников К. К.*, *Ласковая Т. А.* К истории развития теории решения систем линейных неравенств в XIX веке. — В сб.: Международная научная конференция: Современная математика и математическое образование, проблемы истории и философии математики (Тамбов, 22.04–25.04 2008 г.). Тамбов: ТГУ, с. 155–157.
4. *Voronoj G.* Recherches sur le paralleloedres primitifs. — J. reine und angew. Math., 1908, p. 134; 1909, p. 136.
5. *Схейвер А.* Теория линейного и целочисленного программирования. М.: Мир, 1991, 360 с.
6. *Зуховицкий С. И.*, *Авдеева Л. И.* Линейное и выпуклое программирование. М.: Наука, 480 с.
7. *Kohler D. A.* Translation of a report by Fourier on his work on linear inequalities. — Opsearch, 1973, № 10, p. 38–42 (англ. перевод работы Фурье (1827)).
8. *Минковский Г.* Общие теоремы о выпуклых многогранниках. — Успехи матем. наук, 1936, в. 1, 2.