А. В. Трегуб (Москва, МГУЛ). **Методы остационаривания финансовых временных рядов.**

При анализе финансовых временных рядов необходимо правильно проводить их классификацию для того, чтобы строить математические модели, наилучшим образом описывающие поведение исследуемых рядов. Временные ряды можно разделить на стационарные и нестационарные.

В [1] основное внимание было уделено стационарным временным рядам. В работе, представленной данным докладом, изучаются нестационарные временные ряды. Рассматриваются методы сведения их к стационарным рядам.

Пусть некоторый исследуемый ряд Y_t имеет выраженный тренд, например, линейный: $Y_t = \alpha + \beta t + X_t$, где X_t — временной ряд, обладающий свойствами стационарного ряда. Для построения математической модели, описывающей изучаемый процесс, можно сначала провести детрендирование ряда, оценивая модель $Y_t = \mu + \nu t + u_t$, где u_t — остатки ряда.

Использование коррелограммы полученных остатков позволяет идентифицировать детрендированный ряд как, например, $\mathrm{AR}(p)$ и, следовательно, найти порядок модели. После чего осуществляется оценка идентифицированной модели с включенным в нее трендом. В данном случае $Y_t = \alpha + \beta t + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$, где Y_t — значение временного ряда в момент времени t, α, β, ϕ_i $(i = 1, 2, \ldots, p)$ – оцениваемые коэффициенты, ε_t — процесс белого шума. В завершение проверяется адекватность построенной модели.

Следует заметить, что детрендирование не всякого ряда приводит его к стационарному. Рассмотрим, например, так называемое «случайное блуждание со сносом», т. е. процесс вида $Y_t = \alpha + Y_{t-1} + \varepsilon_t$, $t = 1, 2, \ldots, T$, $Y_0 = y_0$, $\alpha \neq 0$. Процесс можно представить в виде $Y_t = y_0 + \alpha t + \sum_{j=1}^{t} \varepsilon_j$, так что ряд Y_t имеет и детерминированный, и стохастический тренды. Детрендирование рассматриваемого ряда приводит его к ряду $Y_t^0 = Y_t - (y_0 + \alpha t) = \sum_{j=1}^{t} \varepsilon_j$, который *не является стационарным*.

Чтобы остационарить ряд подобного типа, нужно перейти от ряда уровней Y_t к ряду разностей $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$. Отсюда получаем следующий *стационарный ряд*: $\Delta Y_t = \alpha + \varepsilon_t$.

Из вышесказанного следует, что временные ряды можно разбить на классы, различные по своим свойствам. На практике их условно разделяют на TS- и DS-ряды.

Определение 1. Если ряд Y_t стационарен относительно некоторого детерминированного тренда, то такой ряд называется TS-*рядом* (TS — time stationary). В класс TS-рядов включаются и стационарные ряды, не имеющие детерминированного тренда.

Определение 2. Ряд называется *интегрированным порядка* k $(k = 1, 2, \ldots)$, если ряд $\Delta_t^k Y_k$, полученный в результате k-кратного дифференцирования ряда Y_t, является стационарным рядом. Совокупность интегрированных рядов различных порядков образует класс *разностностационарных* или DS-*рядов* (DS — difference stationary).

Заметим, что DS-ряды являются рядами типа $\mathrm{ARIMA}(p, k, q)$. Принципиальное отличие между TS- и DS-классами рядов выражается в том, что в случае TS-ряда вычитание из ряда соответствующего детерминированного тренда приводит его к стационарному ряду, в то время как для DS-рядов аналогичная процедура оставляет ряд нестационарным из-за наличия у него стохастического тренда. Определение принадлежности рядов к классам TS или DS весьма важно для правильного построения математических моделей и последующего прогноза за пределами рассматриваемой выборки. Произвольный выбор остационаривания временного ряда может привести к нежелательным результатам. Так, например, остационаривание DS-рядов путем детрендирования [2] приводит к появлению нежелательной периодичности, которая может быть неправильно интерпретирована. С другой стороны, дифференцирование TS-ряда приводит его к «передифференцированному ряду». Недостатком полученного ряда является необратимость его MA-составляющей, при этом возникает паразитная автокоррелированность соседних значений полученного ряда, что в конечном итоге приводит к невозможности использования обычных алгоритмов оценки параметров и прогнозирования ряда [3].

Таким образом, при построении адекватной математической модели, которую можно использовать для описания динамики ряда и прогнозирования его будущих значений, необходимо учитывать природу этого ряда, т. е. определить, к какому классу рядов (TS или DS) он относится.

На основе данных ММВБ исследуются временные ряды финансового рынка (котировки акций различных компаний). Выясняется принадлежность изучаемых рядов одному из двух обсуждаемых выше классов (TS или DS), строятся адекватные модели, позволяющие делать прогнозы будущих значений изучаемых финансовых временных рядов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Трегуб А. В.* Использование ARMA моделей для анализа поведения временных рядов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2011, т. 18, в. 1, с. 152–153.
2. *Nelson C. R.*, *Kang H.* Spurious periodicity in inappropriately detrended time series. — Journal of Monetary Economics, 1981, т. 10, с. 139–162.
3. *Hamilton J. D.* Time Series Analysis. Princeton: Princeton University Press, 1994.