

**И. К. К о х а н е н к о, Т. И. Л а в р у х и н а** (Ростов-на-Дону, РВИ РВ, Москва, АГПСМЧС РФ). **Фрактальный критерий хрупкого разрушения твердых тел.**

Выражения для свободной  $F$  и внутренней  $E$  энергий, теплоемкости  $C$  и энтропии в предельных случаях низких и высоких температур  $T$  (либо много меньше, либо много больше температуры Дебая  $Q$ ) так же, как и их описание интерполяционной формулой Дебая стали классическими [1]. В [2] эти результаты развиты применительно к теории Дебая для модельных фрактальных структур с дробной размерностью спектра  $dk$ . В [3] показано, что пространство «внутренняя энергия–температура» и в дебаевской, и в классической формализации имеет фрактальную размерность, верную также при переходе к наномасштабу и равную  $d1 = dk + 1$ . Используя выражение для энтропии при низких температурах из [1], можно заметить схожесть соотношений для внутренней и свободной энергий:  $E = E_0 + C_1 T^4$ ,  $F = E - (4/3)C_1 T^4$ ,  $C_1 = 3\pi^4 A / (5Q^3)$ ,  $A = N\nu$ ,  $N$  — число молекул тела,  $\nu$  — число атомов в одной молекуле. Подставляя сюда фрактальное выражение для внутренней энергии из [3], несложно получить его для свободной энергии:  $F = (T_0/T)^{d1} + E_0 - (4/3)C_1 T^4$ ,  $T_0 = (5Q^{d1-1} / (3A\pi^{d1}))^{1/d1}$  или, обозначая  $z = Q/T$ ,

$$F = -(1/3)(Q/T_0 z)^{d1} + AE_0. \quad (1)$$

Очевидно, что в случае фрактального фононного спектра у нанобъекта справедливости соотношения для  $d1$  из [3] и поэтому выводы этой работы для (1).

В [4] приведено соотношение для скорости изменения свободной энергии, обусловленной образованием кластеров из  $M$  фрустронов (элементарных носителей разрушения):

$$dF/dt = gM + \sigma M^{2/3}, \quad (2)$$

где  $g$  — изменение скорости при добавлении одного фрустрона,  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения. Учитывая (1) и физику частоты Дебая  $\omega_D$  (предельная частота упругих колебаний кристаллической решетки), можно приближенно оценить наибольшую скорость свободной энергии:

$$dF/dt = \omega_D F. \quad (3)$$

Предельное число фрустронов  $M_0$ , с превышением которого кластер становится генератором энергии и тело переходит в автокаталитический режим разрушения (распространения трещины), равно [4]  $(\sigma/|g|)^3$ . Приравнявая правые части (2) и (3), получаем уравнение, решение которого относительно  $M$  приводит к искомому критерию хрупкого разрушения:  $M > M_0$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. М.: Наука, 1995.
2. Кузнецов В. М., Хромов В. И. Фрактальное представление теории Дебая для исследования теплоемкости макро- и наноструктур. — Ж. техн. физ., 2008, т. 78, в. 11.
3. Коханенко И. К., Лаврухина Т. И. Фрактальное описание основных термодинамических величин твердых тел. — Обзорение прикл. и промышл. матем., 2011, т. 18, в. 1.
4. Олемский А. И., Кацнельсон А. А. Синергетика конденсированной среды. М.: УРСС, 2003.