

М. Н. П а в л о в а (Таганрог, филиал ДГТУ). **Оценки нелинейной эколого-экономической модели.**

Нелинейная динамическая модель с непрерывным временем, учитывающая воздействие производства на окружающую среду и инвестиционную деятельность, описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} x(t) &= A_{11}(x(t)) + A_{12}^{(1)}(y(t)) - A_{12}^{(2)}y(t) + \dot{B}_{11}(x(t)) + \dot{B}_{12}^{(1)}(y(t)) - \dot{B}_{12}^{(2)}y(t) + f_1(t), \\ y(t) &= A_{21}(x(t)) + A_{22}(y(t)) + \dot{B}_{21}(x(t)) + \dot{B}_{22}(y(t)) - f_2(t), \quad x(t) \geq 0, \quad y(t) \geq 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Преобразованная нелинейная динамическая модель (1) примет вид

$$x = C_{11}(x) + C_{12}^{(1)}(y) - C_{12}^{(2)}(y) + g_1, \quad y = C_{21}(x) + C_{22}(y) - g_2,$$

или

$$\bar{z} = C(\bar{z}) + \bar{g}. \quad (2)$$

Теорема. Если оператор $C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12}^{(1)} + C_{12}^{(2)} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix}$ продуктивен, конус \tilde{K} нормален, операторы C_{ij} ($i = 1, 2, j = 1, 2$) вполне непрерывные и существуют элементы $u_i = u_i(t)$, $v_i = v_i(t)$, $i = 1, 2$, удовлетворяющие условиям: $\theta \leq u_1 \leq u_2$, $\theta \leq v_1 \leq v_2$ и

$$u_i \leq C_{11}(u_i) + C_{12}^{(1)}(v_i) - C_{12}^{(2)}(v_{1-i}) + g_1, \quad v_i \leq C_{21}(u_i) + C_{22}(v_i) - g_2, \quad i = 1, 2, \quad (3)$$

то при выполнении неравенств $u_1 \leq x \leq u_2$, $v_1 \leq y \leq v_2$ существует единственное решение модели (2).

Пусть конус K сильно миниедрален, оператор $F(\bar{x}) = F_1(\bar{x}) - F_2(\bar{x})$ монотонный, вполне непрерывен и удовлетворяет условиям $\bar{u} \leq F_1(\bar{u}) - F_2(\bar{v}) + \bar{g}$, $\bar{v} \geq F_1(\bar{u}) - F_2(\bar{v}) + \bar{g}$. Если выполняются условия теоремы Биркгофа о неподвижной точке и

$$\begin{aligned} u_{k+1} &= F_1(v_k) - F_2(u_k) + \tilde{g}, \quad v_{k+1} = F_1(u_k) - F_2(v_k) + \tilde{g}, \\ u_{k+1}^* &= \frac{1}{1+m}(u_{k+1} + mv_{k+1}) \leq x^* \leq v_{k+1}^* = \frac{1}{1+m}(v_{k+1} + mu_{k+1}), \end{aligned}$$

а также выполняется неравенство $\bar{u} \leq x^* \leq \bar{v}$, где \bar{x}^* — единственное решение уравнения $\bar{x} = F_1(\bar{x}) - F_2(\bar{x}) + \tilde{g}$, то

$$\|v_{k+1}^* - u_{k+1}^*\| \leq \left| \frac{1-\chi}{1+\chi} \right| (q_{1L} + q_{2L}) \|v_k - u_k\|,$$

где q_{1L} и q_{2L} — константы Липшица, χ — константа фокусирования.