И. И. Бодренко (Волгоград, ВолГУ). **О подмногообразиях с циклически рекуррентной второй фундаментальной формой в евклидовых пространствах.**

Пусть F^n — n-мерное ($n \geqslant 2$) гладкое подмногообразие в $(n+p)$-мерном ($p \geqslant 2$) евклидовом пространстве $\mathbf{E}^{n+p}$. Обозначим b вторую фундаментальную форму F^n, $\overline{\nabla}$ — связность Ван дер Вардена–Бортолотти.

Вторая фундаментальная форма $b \not\equiv 0$ называется *параллельной* (в связности $\overline{\nabla}$), если $\overline{\nabla} b = 0$. Условие $\overline{\nabla} b = 0$ является аналитическим признаком локально симметрических подмногообразий. Подмногообразия с $\overline{\nabla} b = 0$ называются *параллельными* (см. [1]–[4]).

Вторая фундаментальная форма $b \neq 0$ называется *рекуррентной*, если на F^n существует такая 1-форма μ, что $\overline{\nabla} b = \mu \otimes b$. Внутренняя геометрия подмногообразий с непараллельной рекуррентной второй фундаментальной формой в пространствах постоянной кривизны изучалась в [5, 6]. Свойства кэлеровых подмногообразий с рекуррентной второй фундаментальной формой в пространствах постоянной голоморфной секционной кривизны установлены в [7].

Вторая фундаментальная форма $b \neq 0$ называется *циклически рекуррентной*, если на F^n существует такая 1-форма μ, что

$$\overline{\nabla}_X b(Y,Z) = \mu(X) b(Y,Z) + \mu(Y) b(Z,X) + \mu(Z) b(X,Y)$$

для любых векторных полей X, Y, Z, касательных к F^n.

Теорема 1. *Пусть связное подмногообразие F^n в евклидовом пространстве $\mathbf{E}^{n+p}$ имеет циклически рекуррентную вторую фундаментальную форму b. Если F^n не лежит локально ни в одном $\mathbf{E}^{n+1} \subset \mathbf{E}^{n+p}$ и имеет плоскую нормальную связность, то F^n является*:

1) *открытой частью риманова произведения $S^{m_1} \times S^{m_2} \times \cdots \times S^{m_r} \subset \mathbf{E}^{n+r} \subseteq \mathbf{E}^{n+p}$ m_t-мерных сфер $S^{m_t} \subset \mathbf{E}^{m_t+1}$ $(t = 1, 2, \ldots, r)$, $m_1 + m_2 + \cdots + m_r = n$, $2 \leqslant r \leqslant \min\{n, p\}$, или*

2) *открытой частью риманова произведения $\mathbf{E}^m \times S^{m_1} \times S^{m_2} \times \cdots \times S^{m_r} \subset \mathbf{E}^{n+r} \subseteq \mathbf{E}^{n+p}$ m-мерной плоскости $\mathbf{E}^m$ и m_t-мерных сфер $S^{m_t} \subset \mathbf{E}^{m_t+1}$ $(t = 1, 2, \ldots, r)$, $m_1 + m_2 + \cdots + m_r = n - m$, $2 \leqslant r \leqslant \min\{n-m, p\}$.*

Теорема 2. *Пусть связное подмногообразие F^n в евклидовом пространстве $\mathbf{E}^{n+2}$ имеет циклически рекуррентную вторую фундаментальную форму b. Если F^n является изотропным подмногообразием, то F^n является*:

1) *открытой частью n-мерной плоскости $\mathbf{E}^n \subset E^{n+2}$, или*

2) *открытой частью n-мерной сферы $S^n \subset \mathbf{E}^{n+1} \subset \mathbf{E}^{n+2}$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бодренко И. И.* Критерий параллельности второй фундаментальной формы. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 1999, т. 6, в. 1, с. 124–125.
2. *Бодренко И. И.* Строение псевдорекуррентных подмногообразий в евклидовых пространствах. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2000, т. 7, в. 2, с. 318–319.
3. *Бодренко И. И.* Об одном классе псевдорекуррентных подмногообразий. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2001, т. 8, в. 1, с. 109.
4. *Бодренко И. И.* Нормально плоские псевдорекуррентные подмногообразия в евклидовых пространствах. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2001, т. 8, в. 2, с. 540–541.
5. *Бодренко И.И.* О внутренней геометрии внешне рекуррентных подмногообразий в пространствах постоянной кривизны. — Вестник ВолГУ, серия 1, математика, физика, 2003–2004, в. 8, с. 6–13.

6. *Бодренко И. И.* Внутренняя геометрия внешне рекуррентных подмногообразий. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2004, т. 11, в. 2, с. 301.
7. *Бодренко И. И.* О кэлеровых подмногообразиях с рекуррентной второй фундаментальной формой. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2006, т. 13, в. 4. с. 617–618.