

С. Г. Буланов (Таганрог, ГОУ ВПО «ТГПИ»). **Компьютерный анализ устойчивости линейных дифференциальных уравнений с нелинейной добавкой применительно к автогенератору с внутренней обратной связью.**

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\frac{dY}{dt} = A(t)Y + F(t, Y), \quad Y(t_0) = Y_0. \quad (1)$$

Предполагается, что для (1) выполнены все условия существования и единственности решения в области $R: \{t_0 \leq t < \infty, \tilde{Y}(t), Y(t): \|\tilde{Y}_0 - Y_0\| \leq \delta, \delta > 0\}$; все коэффициенты матрицы $A(t)$ и компоненты вектор-функции $F(t, Y)$ определены, непрерывны и непрерывно дифференцируемы на отрезке $[t_0, T]$ при любом $T \in [t_0, \infty)$; предполагается, что устойчива соответствующая (1) линейная система. В данных условиях для устойчивости решения задачи (1) необходимо и достаточно [1], чтобы для произвольного $\varepsilon > 0$ нашлось такое $\delta > 0$, что $\|\tilde{Y}_0 - Y_0\| \leq \delta$ влечет

$$\left\| \tilde{Y}(t) - Y(t) - \lim_{t \rightarrow \infty} \prod_{\ell=0}^i (E + hA(t_{i-\ell}))(\tilde{Y}_0 - Y_0) \right\| \leq \varepsilon \quad \forall t \in [t_0, \infty). \quad (2)$$

На основе соотношения (2) исследуется система автогенератора с внутренней обратной связью, которую можно представить в виде системы линейных дифференциальных уравнений с нелинейной добавкой:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{f(u)}{C} - \frac{i}{C}, \quad \frac{di}{dt} = \frac{u}{L}, \quad (3)$$

где u — напряжение на контуре, i — ток индуктивного элемента. В рассматриваемом случае $f(u) = -2C\delta(u - ku^3/3)$, $k = \text{const} > 0$, $\delta = 5$ — коэффициент затухания.

Запрограммированное вычисление выражений в (2) позволяет выполнять компьютерный анализ устойчивости системы в режиме реального времени. Результаты численного моделирования устойчивости системы (3):

$t = 100$, $norma = 7,586$, $t = 200$, $norma = 3,831$, $t = 300$, $norma = 6,952$,
 $t = 400$, $norma = 4,686$, $t = 500$, $norma = 6,299$, $t = 600$, $norma = 5,552$,
 $t = 700$, $norma = 5,626$, $t = 800$, $norma = 6,428$, $t = 900$, $norma = 4,935$,
 $t = 1000$, $norma = 7,315$.

Ограниченное колебание значений нормы в соответствии с (2) характеризует устойчивость решения системы (3), но не асимптотическую. Попутно получается разностное решение системы, качественный характер которого иллюстрирует рисунок:

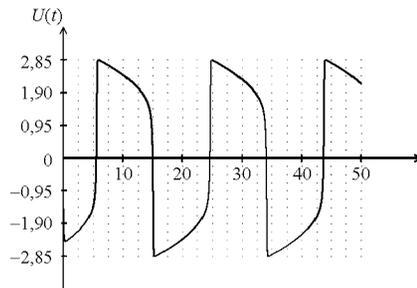


Рис. Изменение $u(t)$ из системы (3)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ромм Я. Е., Буланов С. Г. Компьютерный анализ устойчивости линейных дифференциальных уравнений с нелинейной добавкой применительно к фазовой автоподстройке частоты. — Изв. ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. Серия «Управление, вычислительная техника и информатика», 2010, № 6, с. 55–60.