Н. Н. Столяров, **Н. И. Дедов**, **В. Н. Исуткина** (Самара, СамГТУ). **Постановка задачи устойчивости для гибких упругих и упругопластических оболочек при комбинированном нагружении.**

Рассматриваются основные постановки задач устойчивости гибких упругих и упругопластических оболочек. Одной из постановок является бифуркационная. В этой постановке задача сводится к отысканию нагрузки, при которой наряду с исходным возникают смежные бесконечно близкие равновесные состояния. Такая нагрузка принимается за критическую.

В упругопластической устойчивости оболочек используются два основных бифуркационных подхода. Первый подход рассматривает потерю устойчивости как бифуркацию состояния при фиксированной нагрузке [1, 2] (концепция Энгессера–Кармана–Илюшина), второй — связывает выпучивание с бифуркацией процесса деформирования [3, 4] (концепция Шенли–Работнова).

Учет больших перемещений и нелинейность уравнений состояния приводят к нелинейной системе исходных уравнений. Вследствие неоднородности и нелинейности докритического состояния задача определения критических нагрузок существенно усложняется. В оболочке заранее неизвестны области упругости, активного нагружения, разгрузки, вторичных пластических деформаций, поэтому для определения критического состояния необходимо проследить историю нагружения.

Рассмотрим задачу о нахождении критических нагрузок [5]. Пусть $L(\mathbf{u},t)$ — нелинейный дифференциальный оператор, включающий исходную систему и граничные условия краевой задачи о продольно-поперечном изгибе оболочки, t — параметр нагружения. Основное состояние определяется из решения операторного уравнения $L(\mathbf{u},t)=0$ при $t=t_1$. Обозначим это решение $\mathbf{u}_1$. Для проверки, имеется ли при полученном основном состоянии смежная форма равновесия $\mathbf{u}+\delta\mathbf{u}$, находится $L(\mathbf{u}_1+\delta\mathbf{u}_1,t_1)-L(\mathbf{u}_1,t_1)=L(\delta\mathbf{u}_1,t_1)$. Линеаризуя оператор $L(\delta\mathbf{u}_1,t_1)$, получаем задачу на собственные значения

$$A\delta\mathbf{u}_1=\lambda B\mathbf{u}_1. \tag{1}$$

В зависимости от постановки задачи устойчивости операторы A и B принимают различный вид. При линейном докритическом состоянии коэффициенты матриц операторов A и B не зависят от параметра нагружения. В этом случае для определения основного состояния достаточно один раз решить уравнение $L(\mathbf{u},t)=0$ и затем найти критическую нагрузку из задачи на собственные значения (1).

При учете больших перемещений в докритическом состоянии в случае упругой задачи коэффициенты матрицы оператора B зависят от параметра нагружения, а оператора A не зависят. Если нелинейность докритического состояния связана с учетом больших перемещений и упругопластических деформаций, то коэффициенты матриц операторов A и B зависят от параметра t. При этом A — линеаризованный упругопластический оператор.

Вследствие нелинейности докритического состояния не известно, при каком значении параметра t возникнут смежные формы равновесия. Для определения критических нагрузок возникает необходимость во всем диапазоне изменения параметра нагружения решать две задачи: краевую задачу нахождения основного состояния и задачу о собственных значениях (1). Решая эти задачи для возрастающей последовательности параметра нагружения, определяем наименьшую критическую нагрузку.

Другой подход к решению задачи устойчивости состоит в построении диаграммы равновесных состояний — зависимости параметра нагрузки от величины, характеризующей деформированное состояние оболочки. Критические нагрузки определяются по экстремальным точкам этой диаграммы.

Такой подход позволяет наряду с определением критических нагрузок исследовать закритическое поведение оболочек. Важным моментом при реализации этого подхода является выбор параметра нагружения, монотонно изменяющегося на всем протяжении критического деформирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ильюшин А. А.* Упруго-пластическая устойчивость пластин. — ПММ, 1946, т. 10, № 5–6, с. 623–628.
2. *Ильюшин А. А.* Пластичность. М.–Л.: Гостехиздат, 1948, 376 с.
3. *Работнов Ю. Н.* О равновесии сжатых стержней за пределом пропорциональности. — Инж. сб.: АН СССР, 1952.
4. *Шенли Ф.* Теория колонны за пределом упругости. — Сб. механика, 1952, № 3.
5. *Григолюк Э. И.*, *Кабанов В. Б.* Устойчивость оболочек. М.: Наука, 1978, 359 с.