

В. И. Гусев, В. Я. Габескирия (Москва, МАБиУ, ВЗФЭИ).
Таксономия отраслевых индексов РТС в многомерном пространстве.

Рассматриваются ценовые изменения отраслевых индексов РТС в период 2005–2011 гг. Введены обозначения: РТ — потребительские товары и розничная торговля, ЭЭ — электроэнергетика, ФН — финансы, МД — металлы и добыча, НГ — нефть и газ, ПР — промышленность.

Метод определения расстояния между индексами i и j с течением времени состоит в следующем. Рассмотрим величину

$$\tilde{S}_i \equiv \frac{S_i - \langle S_i \rangle}{\sqrt{\langle S_i^2 \rangle - \langle S_i \rangle^2}}, \quad (1)$$

где S_i — логарифмическая разница цен акций i , заданная уравнением $S_i \equiv \ln Y_i(t) - \ln Y_i(t-1)$. Коэффициент корреляции ρ_{ij} находится из соотношения

$$\rho_{ij} = \frac{\langle S_i S_j \rangle - \langle S_i \rangle \langle S_j \rangle}{\sqrt{\langle S_i^2 - \langle S_i \rangle^2 \rangle \langle S_j^2 - \langle S_j \rangle^2 \rangle}}. \quad (2)$$

Угловые скобки в (1) и (2) означают среднее по времени по всем торговым дням внутри исследуемого временного периода. В работе, представленной данным докладом, используется понятие расстояния между синхронно развивающейся ценой активов, введенное в [1] в целях разбиения множества n объектов на подмножества близко отстоящих друг от друга объектов:

$$d_{ij} = \sqrt{2(1 - \rho_{ij})}. \quad (3)$$

Для получения такой таксономии в [1] сформулирована гипотеза относительно топологического пространства n объектов: полезное пространство для соединения n активов есть многомерное пространство, а именно — субдоминантная многомерность. В метрическом пространстве, в котором n объектов связаны между собой, субдоминантная многомерность может быть получена посредством определения минимального дерева — MST (Minimal Spanning Tree) — дерева с минимальной суммарной длиной ветвей, связывающего n объектов. Метод конструирования MST, связывающего множество n объектов, известен как алгоритм Крускала.

В работе измерены коэффициенты корреляций ρ_{ij} отраслевых индексов РТС за период 2005–2011 гг. и далее по формуле (3) вычислена матрица расстояний d_{ij} :

	РТ	ЭЭ	ФН	МД	НГ	ПР
РТ	0	1,42	1,04	1,16	1,08	1,35
ЭЭ		0	0,92	1,24	0,91	1,38
ФН			0	1,24	0,91	1,38
МД				0	1,33	1,38
НГ					0	1,38
ПР						0

MST, ассоциированное с евклидовой матрицей, получено следующим образом. Во-первых, находим пару индексов, разделенных наименьшим расстоянием: ЭЭ и НГ ($d = 0,91$). Затем находим пару акций со следующим наименьшим расстоянием: РТ и ФН ($d = 1,04$). Теперь мы имеем две отдельных области в MST. Продолжая, найдем следующую пару МД и РТ ($d = 1,16$). Следующая пара ближайших индексов МД–ФН ($d = 1,24$, но эта связь не рассматривается, потому что оба индекса уже

отсортированы) и РТ–ПР ($d = 1,35$). Далее ПР связывается с ЭЭ, НГ ($d = 1,38$). Эта связь завершает построение MST.

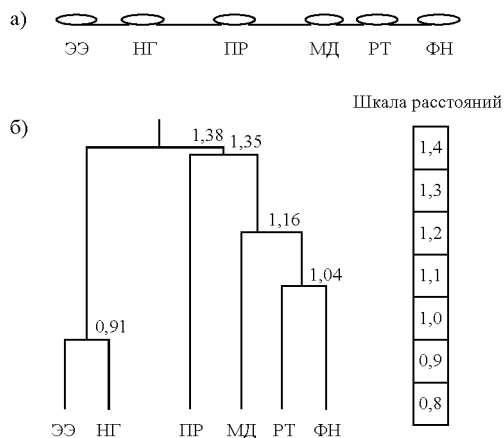


Рис. (а) MST и (б) индексированное иерархическое дерево, полученное для шести отраслевых индексов РТС

Используя эту процедуру, можно получить MST, показанное на фрагменте а). На фрагменте б) показано индексированное иерархическое дерево, ассоциированное с MST. Это дерево показывает, что существуют три группы индексов, в первой группе — электроэнергетика, нефть и газ (ЭЭ и НГ), во второй — розничная торговля, металлы и добыча, финансы (РТ, МД, ФН), а третий индекс — промышленность (ПР) — стоит особняком. Индексированное иерархическое дерево позволяет определить матрицу многомерных расстояний \hat{d}_{ij} . В данном исследовании матрица \hat{d}_{ij} имеет вид

	РТ	ЭЭ	ФН	МД	НГ	ПР
РТ	0	1,38	1,04	1,16	1,38	1,35
ЭЭ		0	1,38	1,38	0,91	1,38
ФН			0	1,16	1,38	1,35
МД				0	1,38	1,38
НГ					0	1,38
ПР						0

Каждый элемент в матрице \hat{d}_{ij} равен максимальному расстоянию между двумя последовательными объектами, вычисленному при движении от начального объекта к конечному объекту через кратчайший путь MST, связывающий два объекта. В противоположность матрице d_{ij} количество различных элементов величин в многомерной матрице расстояний \hat{d}_{ij} не может превысить $n - 1$, как это и есть в данном случае. Подобный анализ фондового рынка может оказаться весьма полезен при формировании инвестиционного портфеля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мантенья Р. Н., Стенли Г. Ю. Введение в эконофизику. Корреляции и сложность в финансах. М.: 2009.