А. Л. Б у л я н и ц а (Санкт-Петербург, ИАП РАН). **Сравнительный анализ альтернативных подходов к математическому моделированию популяционных процессов.**

Моделирование развития популяций и использование прогностических возможностей моделей является предметом исследований в различных областях, в том числе в биологии, демографии, наукометрии, экологии и т. п.

Детерминистический подход использует дифференциальные уравнения, в частности, уравнение логистического роста, в том числе с использованием нелинейных трофических функций. Также одной из его модификаций можно считать ввод зависящих от времени коэффициентов [1]. При этом после нормировки времен (τ) и объема популяции (z) уравнение сводится к виду

$$dz/d\tau = w(1-\tau)z(\nu(1-\tau/\beta)-z), \quad z(0)=1. \tag{1}$$

Применительно к наукометрии, выражения $w(1-\tau)$ и $\nu(1-\tau/\beta)$ трактуются как изменение научной новизны и актуальности направления. Было показано [1], что уравнение (1) описывает разные сценарии, в том числе рост с насыщением, «умирание» и «второе рождение».

Альтернативой может быть стохастический подход с моделированием плотности распределения вероятностей (ПРВ) численности популяции по времени. Благодаря хорошо известным свойствам, целесообразно использовать Пирсоновские распределения. После нормировки, аналогичной предыдущей, ПРВ будет описываться уравнением

$$\frac{dz}{d\tau} = w\frac{1-\tau}{1-\beta\tau+\gamma\tau^2}, \quad z(0)=1. \tag{2}$$

Его решение находится с точностью до мультипликативной константы, определяемой условием нормировки ПРВ.

Коэффициенты уравнений (1) и (2) определяются схожими выражениями из условий развития популяции в момент времени $\tau=0$ и в окрестности первого экстремума $\tau=1$, в соответствии с таблицей.

Таблица. Формулы для нахождения коэффициентов моделей (1) и (2)

τ	Модель (1)	Модель (2)
0	$dz/d\tau = w(\nu-1)$	$dz/d\tau = w$
0	$d^2z/d\tau^2 = -w\nu/\beta - w(\nu-1) + w^2(\nu-1)(\nu-2)$	$d^2z/d\tau^2 = -w(1+\beta) + w^2$
1	$d^2z/d\tau^2 = -wz(\nu(1-1/\beta)-z)$	$d^2z/d\tau^2 = -wz/(1+\beta+\gamma)$

На основе данных [2], рисунок иллюстрирует сходимость модельных аппроксимаций (1) и (2) к экспериментальным данным. Коэффициенты уравнения (1) найдены методом спирального спуска и приведены в [2]. Коэффициенты уравнения (2): $w=1,523$, $\beta=-1,286$, $\gamma=-0,3007$. В этом случае (2) соответствует пирсоновскому распределению первого типа (по систематизации У. Элдертоиа).

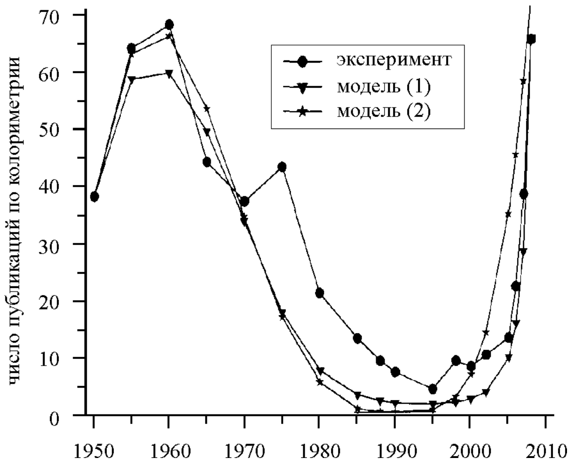

Рис. Динамика числа публикаций по колориметрии в Analitical Chemistry [2]

Оценки коэффициентов корреляции между модельными и экспериментальной кривыми по 3-м методикам [3] равны $0,960$, $0,909$, $0,967$ для модели (1); $0,871$, $0,905$, $0,899$ — для модели (2).

Таким образом, оба подхода (детерминистический и стохастический) применимы к моделированию развития популяций, в том числе и при сценарии «второго рождения».

Исследования поддержаны Государственным Контрактом с ФМБА РФ № 86.619.11.6 «Теоретическое и экспериментальное сравнение аналитических характеристик метода полимеразнай цепной реакции (ПЦР) в реальном времени и цифровой ПЦР».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Архипов Д. Б.*, *Буляница А. Л.*, *Щербаков А. П.* Моделирование тенденций аналитического приборостроения логистическим уравнением с коэффициентами, зависящими от времени. СПб.: Русская классика, 2008, с. 20–21
2. *Bulyanitsa A. L.*, *Arkhipov D. B.*, *Shcherbakov A. P.*, *Belenkii B. G.* Renessaince of colorimetry: scientometrical study. — 7th Winter Symposium on Chemometrics, Sankt Petersburg, February 15–19, 2010, p. 70–71.
3. *Буляница А. Л.*, *Курочкин В. Е.*, *Кноп И. О.* Методы статистической обработки экологической информации: дискриминантный, корреляционный и регрессионный анализ. СПб.: СПГУАП, ИАнП РАН, 2005, 48 с.