Е. К. Вдовина (Москва, МГУПС). **Уравнение Гарри Дума приводится к линейному ОДУ.**

Применение к интегрируемым уравнениям метода нефиксированной конструктивной замены переменных (МНЕФКЗП) [1]–[4] позволило выявить внутренние скрытые дифференциальные связи и получить новые результаты, которые дополняют общую теорию [5], [8], [9]. Недавно К. А. Волосов обнаружил в [5], что уравнения Кортевега де Вриза (КДВ), Перегрина, Бенджамина, Бона и Махони (ПББМ), синус Гордона (СГ) точно приводятся к линейным обыкновенным дифференциальным уравнениям (ОДУ).

В работе, представленной данным докладом, МНЕФКЗП применим к уравнению Гарри Дума (ГД), известному в теории поля, и приведем результат.

Формулы обратной задачи рассеяния для уравнения ГД возможны потому, что существуют дифференциальные связи — соотношения, не замеченные ранее и выявленные в данном исследовании. Рассматривая другие ОДУ, полученные для других конкретных уравнений с частными производными, можно понять, какой оператор L следует выбрать в паре Лакса, если возникнет желание ее построить, и следовать идеям МОЗ [6]–[7].

Рассмотрим уравнение ГД [7]:

$$Z_t' + b\,Z^{\alpha}\,Z_{xxx}^{'''} = 0. \tag{1}$$

Теорема. *Пусть дано уравнение* (ГД), $Z(x,t) \in \mathbf{C}^4(R^1) \times R^1$. *Тогда уравнение* ГД *приводится к* линейному ОДУ

$$\theta Q^{'''}(\theta) + \alpha\, Q^{''}(\theta) = 0 \tag{2}$$

заменой (*это соотношение можно понимать как дифференциальную связь в смысле работ Н. Н. Яненко* [10])

$$Z_x'(x,t) = \sqrt{Q(Z(x,t))}. \tag{3}$$

Решение (2) *имеет вид*

$$Q(\theta) = \theta^{2-\alpha} C_1/((1-\alpha)(2-\alpha)) + C_2 + \theta C_3, \quad C_i = \mathrm{const}, \quad i = 1,2,3.$$

Решение уравнения (3) *вычисляется через эллиптические интегралы.*

Можно рассмотреть задачу на собственные значения для ОДУ (3) и показать, что солитоны существуют не при всех значениях параметра α. В [5] изучено значение $\alpha = 3$, при котором уравнение ГД имеет физический смысл.

Автор выражает благодарность профессору К. А. Волосову за полезные советы и обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Волосова А. К., Волосов К. А.* Construction solutions of PDE in parametric form. — International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, v. 2009, Article ID, 319268, 17 p. http://www.hindawi.com/journals/ijmms/2009/319269.html. doi:10.1155./2009/319269.
2. *Волосов К. А.* Конструирование решений квазилинейных уравнений с частными производными. — Сибирский журнал индустриальной математики, 2008, т. 11, № 2 (34), с. 29–39 (см. перевод в Journal of Applied and Industrial Mathematics, 2009, v. 3, № 4, p. 519–527).
3. *Волосов К. А., Вдовина Е. К., Волосова А. К.* Новые точные решения уравнений с частными производными. М.: МИИТ, 2010. www.aplsmath.ru, http://sites.google.com/site/inproblems/home.

4. *Волосова А. К.* К теории нелинейной диффузии и теплопроводности. — Труды МФТИ, 2011, т. 3, № 1 (9). http://mipt.ru/nauka/53conf/Matetialy+53+konferenzii/07-FUPM1-view-arpggxyjmcg.pdf.
5. *Волосов К. А.*, *Вдовина Е. К.*, *Синицын С. О.* Неподвижные точки стохастических полумаятников и точные решения уравнения Колмогорова–Фоккера–Планка. М.: МИИТ, 2011. www.aplsmath,ru.
6. Солитоны./ Под ред. Р. Буллафа, Ф. Кодри. М.: Мир, 1983, 408 с.
7. *Калоджеро Ф.*, *Дегасперис А.* Спектральные преобразования и солитоны. М.: Мир, 1985.
8. *Волосов К. А.*, *Волосова А. К.*, *Вдовина Е. К.* Сопутствующая матрица для уравнения Кортевега де Вриза. — Конференция СамДиф–2011 «Дифференциальные уравнения и их приложения», 26–30 июня. Самара: СамГУ, 2011, с. 29–30. http://samdif.ru/files/samdiff-abstracts-2011-s.pdf.
9. *Вдовина Е. К.*, *Волосова А. К.*, *Волосов К. А.* Сопутствующая матрица и дополнительные соображения к теории уравнения Кортевега де Фриза. — В сб.: Материалы Международной конференции по математической теории управления и механике, Суздаль, 1–5.07.2011. Владимир: Изд-во Владимирского гос. ун-та, с. 60–62.
10. *Яненко Н. Н.* Об инвариантных дифференциальных связях для гиперболических систем квазилинейных уравнений. — Изв. ВУЗов. Сер. Метем., 1961, № 3, с. 186–194.