В. И. Аркин, А. Д. Сластников (Москва, ЦЭМИ РАН). **Компенсация процентных ставок по кредиту с помощью механизма амортизации.**

Работа, представленная данным докладом, продолжает начатое авторами исследование проблемы компенсации высоких процентных ставок за кредит (связанных с дефицитом кредитных ресурсов и риском невозврата кредита) при помощи налоговых льгот. В [1] в качестве таких льгот рассматривались налоговые каникулы (освобождение предприятия на определенный срок от уплаты налогов), здесь речь пойдет о другом популярном механизме налогового стимулирования инвестиций — ускоренной амортизации. Вопрос состоит в том, можно ли подобрать такую политику амортизации основных фондов предприятия, чтобы заданный экономический показатель, связанный с инвестированием (например, NPV от создаваемого предприятия), в условиях повышенной процентной ставки за кредит был бы не хуже такого же показателя с «нормальной» процентной ставкой (типа ставки рефинансирования ЦБ РФ), но в условиях «обычной» амортизации.

Исследование проблемы компенсации будет проводиться в рамках предложенной в [2] модели поведения инвестора при создании нового предприятия в условиях неопределенности с явным учетом налогообложения и системы кредитования инвестиций. Отметим, что аналогичная задача компенсации процесса риска, приводящего к уменьшению потока прибыли инвестора, посредством политики амортизации рассматривалась авторами в [3].

1. Описание базовой модели. Пусть I есть объем инвестиций, необходимых для реализации проекта (создания нового предприятия). Пусть инвестирование проекта происходит в момент времени τ. Инвестиции считаются единовременными и мгновенными, а срок жизни предприятия — бесконечным.

Предполагается, что часть начальных инвестиций объемом kI, где $0 < k \leqslant 1$, берется в кредит сроком на L (лет) под процент κ (в год). Возврат самого кредита и начисленных по нему процентов начинается сразу после создания предприятия. График возврата кредита описывается при помощи «потока кредитных платежей» (без учета выплаты процентов) $f_t \geqslant 0$, $0 \leqslant t \leqslant L$, $\int_0^L f_t\,dt = kI$. Пусть $R_t = \int_t^L f_s\,ds$ есть остаточный долг по кредиту в момент времени $\tau + t$.

Опишем структуру потока прибыли предприятия, созданного в момент времени τ. Пусть поток доходов (выручки) от проекта в момент $\tau + t$ задается процессом $(X_{\tau+t}, t \geqslant 0)$, а поток расходов, связанных с производством и реализацией продукции, в этот момент равен $Y_{\tau+t} + D_{\tau+t} + P_{\tau+t}$, где $Y_{\tau+t}$ есть поток текущих материальных затрат (стоимость использованного сырья и материалов, оплата труда, страховые взносы, прочие расходы, включая все налоги, кроме НДС, налога на прибыль и налога на имущество), $D_{\tau+t}$ — поток амортизационных отчислений в этот момент, $P_{\tau+t}$ — налог на имущество предприятия (включаемый в себестоимость). Согласно ст. 269 Налогового кодекса РФ, выплачиваемые по кредиту проценты уменьшают налоговую базу по налогу на прибыль, однако величина учитываемых процентов ограничена предельным значением $\kappa_{\max}$, равным ставке рефинансирования ЦБ РФ, увеличенной в 1,8 раза (14,85% в 2011 г.). Поэтому после выплат по кредиту и уплаты налогов на имущество и на прибыль чистый денежный поток фирмы в момент $\tau + t$ будет равен

$$\begin{aligned} &X_{\tau+t} - Y_{\tau+t} - f_t - \kappa R_t - P_{\tau+t} - \gamma_i(X_{\tau+t} - Y_{\tau+t} - D_{\tau+t} - P_{\tau+t} - \overline{\kappa} R_t) \\ &\qquad = (1-\gamma_i)(\pi_{\tau+t} - P_{\tau+t}) + \gamma_i(D_{\tau+t} + \overline{\kappa} R_t) - f_t - \kappa R_t, \end{aligned} \tag{1}$$

где γ_i есть ставка налога на прибыль, $\overline{\kappa} = \min\{\kappa, \kappa_{\max}\}$, а $\pi_{\tau+t} = X_{\tau+t} - Y_{\tau+t}$ есть «операционная прибыль». После окончания срока выплаты кредита (при $t > L$) в формуле (1) можно формально полагать $f_t = R_t = 0$.

Поток операционной прибыли предприятия моделируется как случайный процесс $(\pi_t, t \geqslant 0)$, заданный на стохастическом базисе $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t, t \geqslant 0\}, \mathbf{P})$ и согласованный с потоком σ-алгебр $\mathcal{F}_t$ («историей» системы до момента t).

Тогда ожидаемый чистый доход инвестора от функционирования созданного в момент τ предприятия, приведенный к этому моменту, равен $V_\tau = \mathbf{E}(\int_\tau^\infty [(1-\gamma_i)(\pi_t - P_t) + \gamma_i D_t]\, e^{-\rho(t-\tau)}\, dt - \int_\tau^{\tau+L} [f_{t-\tau} - (\kappa - \gamma_i \overline{\kappa}) R_{t-\tau}]\, e^{-\rho(t-\tau)}\, dt \,|\, \mathcal{F}_\tau)$.

2. Оптимальный момент инвестирования. Задача инвестора состоит в том, чтобы на основе информации о сложившихся рыночных ценах и прогнозе будущего потока прибыли создаваемого предприятия выбрать момент инвестирования τ таким образом, чтобы ожидаемый чистый приведенный доход (NPV) инвестора от созданного предприятия, приведенный к нулевому (базовому) моменту времени, был максимальным:

$$\mathbf{E}\,[V_\tau - (1-k)I]\, e^{-\rho\tau} \to \max_{\tau \geqslant 0}, \tag{2}$$

где максимум берется по всем марковским (относительно потока σ-алгебр $\mathcal{F}_t$) моментам τ. Этот момент инвестирования (правило инвестирования) и определяет поведение инвестора.

Будем считать, что поток операционной прибыли π_t описывается процессом геометрического броуновского движения с темпом роста α, $\alpha < \rho$, и волатильностью σ (характеризующей неопределенность), т. е. удовлетворяет уравнению $d\pi_t = \pi_t(\alpha\, dt + \sigma\, dw_t)$, $t \geqslant 0$, где w_t — винеровский процесс.

Амортизационные отчисления в момент времени $\tau + t$ для проекта, инвестированного в момент τ, будем представлять в виде $D_{\tau+t} = I a_t$, где $D = (a_t,\, t \geqslant 0)$ — «плотность» амортизации (такая, что $a_t \geqslant 0$, $\int_0^\infty a_t\, dt = 1$). Плотность амортизации D мы в дальнейшем будем называть также *политикой амортизации* (или *амортизационной политикой*). Такое представление амортизации охватывает (для непрерывного времени) существующие в Налоговом Кодексе РФ линейный и нелинейный (экспоненциальный) методы подсчета амортизационных отчислений.

При этом налог на имущество предприятия можно записать как $P_{\tau+t} = \gamma_p I \int_t^\infty a_s\, ds$, где γ_p — ставка налога на имущество.

Предполагается также, что процент по кредиту больше дисконта ($\kappa > \rho$). В противном случае общая сумма затрат на инвестирование (с учетом выплат по кредиту и процентам), приведенная к моменту инвестирования τ, будет меньше, чем необходимый объем инвестиций I, что не оправдано экономически. Будем рассматривать случай $\kappa \geqslant \overline{\kappa}$ («повышенные» процентные ставки).

Теорема 1. *Пусть* $\gamma_i \leqslant 1/(1+k)$. *Тогда оптимальный момент инвестирования в задаче* (2) *равен* $\tau^* = \min\{t \geqslant 0\colon\ \pi_t \geqslant \pi^* I\}$, *где*

$$\pi^* = \pi^*(D,\kappa) = \frac{\beta}{\beta-1}\frac{\rho-\alpha}{1-\gamma_i}[1 - \gamma_i + c_1(1 - A(D)) - k c_2(\kappa)(1-\widehat{F})], \tag{3}$$

$c_1 = \gamma_i + \gamma_p(1-\gamma_i)/\rho$, $c_2(\kappa) = 1 - (\kappa - \geqq_i \overline{\kappa})/\rho$, $A(D) = \int_0^\infty a_t e^{-\rho t}\, dt$, $\widehat{F} = (kI)^{-1}\int_0^L f_t e^{-\rho t}\, dt$, *а* β *есть положительный корень уравнения* $2^{-1}\sigma^2\beta(\beta-1) + \alpha\beta - \rho = 0$.

Из этой теоремы можно теперь вывести формулу для оптимального NPV инвестора от создаваемого предприятия:

$$N^* = N^*(D,\kappa) = \mathbf{E}\,(V_{\tau^*} - \widehat{I})e^{-\rho\tau^*} = CI[1-\gamma_i + c_1(1-A(D)) - k c_2(\kappa)(1-\widehat{F})]^{1-\beta}, \tag{4}$$

где $C = [\pi_0(\beta-1)]^\beta[(\rho-\alpha)\beta]^{-\beta}/(\beta-1)$.

Обратим внимание, что зависимость оптимального правила инвестирования и оптимального NPV инвестора от политики амортизации $D = (a_t,\, t \geqslant 0)$ выражается только через зависимость от приведенной суммы амортизационных отчислений (интеграла от дисконтированной плотности амортизации) за весь период функционирования предприятия $A(D)$, определенной в теореме 1.

3. Задача компенсации кредитных процентов с помощью амортизации. Проблема компенсации процентов по кредиту (кредитной нагрузки будущего предприятия) с помощью политики амортизации состоит в следующем. Можно ли подобрать такую амортизационную политику D из заданного класса допустимых политик $\mathcal{D}$ (связанных с выбором различных методов амортизации и, возможно, с дополнительными ограничениями, в том числе законодательными), чтобы заданный экономический показатель, связанный с инвестиционным проектом, в условиях повышенной процентной ставки за кредит κ был бы не хуже значения этого показателя, но с «нормальной» процентной ставкой κ_0 и при «стандартной» амортизации D^0? При этом другие параметры кредитной нагрузки (сумма кредита, его длительность и график выплат) считаются одинаковыми для различных процентных ставок.

В качестве экономических показателей (индексов), связанных с инвестиционным проектом, в рамках описанной выше модели, как и в [1], рассматриваются: оптимальный уровень инвестирования π^*, характеризующий момент начала инвестирования проекта; оптимальный NPV (ожидаемый чистый дисконтированный доход) инвестора N^* от создаваемого предприятия.

Что касается «нормальной (эталонной)» процентной ставки за кредит, то в качестве нее мы будем брать предельное значение процентов $\kappa_0 = \kappa_{\max}$, учитываемое в налоговой базе по налогу на прибыль.

Поскольку указанные выше показатели ведут себя монотонно по процентной ставке κ (уровень π^* возрастает, а NPV инвестора N^* убывает), то естественно рассматривать случай $\kappa > \kappa_0$. При этом $\overline{\kappa} = \kappa_0$.

Оптимальный уровень инвестирования $\pi^* = \pi^*(D, \kappa)$. Будем говорить, что проценты κ могут быть скомпенсированы (по уровню инвестирования) с помощью амортизации, если $\pi^*(D, \kappa) \leqslant \pi^*(D^0, \kappa_0)$ для некоторой допустимой политики амортизации $D \in \mathcal{D}$.

NPV *инвестора* $N^* = N^*(D, \kappa)$. Проценты κ могут быть скомпенсированы (по NPV инвестора) при помощи амортизации, если $N^*(D, \kappa) \geqslant N^*(D^0, \kappa_0)$ для некоторой допустимой политики амортизации $D \in \mathcal{D}$.

Возможность компенсации по уровню инвестирования можно интерпретировать как увеличение инвестиционной активности в реальном секторе (более ранний приход инвестора при любых случайных ситуациях), что является привлекательным с точки зрения государства. Поскольку увеличение N^* означает рост ожидаемых приведенных доходов инвестора, то возможность компенсации по NPV можно интерпретировать как увеличение привлекательности вложений в проекты с точки зрения инвестора.

Предположим, что в классе $\mathcal{D}$ допустимых амортизационных политик достигается максимум функционала $A(D)$, определенного в теореме 1, т. е. $\max_{D \in \mathcal{D}} A(D) = A(\overline{D})$ для некоторой $\overline{D} \in \mathcal{D}$. Из формул (3), (4) можно вывести следующий результат.

Теорема 2. *Процентная ставка по кредиту κ может быть скомпенсирована как по уровню инвестирования, так и по* NPV *при помощи амортизации тогда и только тогда, когда*

$$\kappa \leqslant \kappa_1 = \kappa_0 + [\gamma_i \rho + \gamma_p (1 - \gamma_i)] \frac{A(\overline{D}) - A(D^0)}{k(1 - \widehat{F})}. \tag{5}$$

Таким образом, проценты по кредиту, превышающие границу κ_1, *не могут быть скомпенсированы* никакой амортизационной политикой.

4. Некоторые замечания. Интересно сравнить между собой результат теоремы 2 с аналогичными «критическими» границами, полученными в [1] для компенсации процентов по кредиту при помощи механизма налоговых каникул (для случая $k = 1$, когда вся сумма необходимых инвестиций берется в кредит).

В отличие от «критических» границ в [1], граница компенсации с помощью амортизации является единой как для компенсации по уровню инвестирования, так и для компенсации по NPV. Это позволяет говорить об «инвариантности» компенсации кредитных процентов с помощью амортизации относительно рассматриваемого показателя (критерия).

Последнее означает, что компенсация процентов по кредиту с помощью выбора политики амортизации будет привлекательной одновременно и с точки зрения инвестора (увеличение его NPV), и с точки зрения государства (рост инвестиционной активности, т. е. более раннее инвестирование).

Отметим также, что граница компенсации в (5) не зависит от параметров операционной прибыли проекта (среднего темпа роста и волатильности). Аналогичный факт имел место и для критической границы компенсации по уровню инвестирования с помощью налоговых каникул (см. [1]).

Остановимся на наиболее часто используемом в практике линейном методе амортизации, который можно описать следующей плотностью: $a_t = \lambda$ при $0 \leqslant t \leqslant 1/\lambda$ и $a_t = 0$ при $t > 1/\lambda$, где λ — заданная норма амортизации. Согласно действующему законодательству, при определенных условиях допускается увеличение нормы амортизации, но не более, чем в 2 раза.

Как легко показать, функционал $A(D)$ для линейного метода амортизации монотонно возрастает по норме λ, поэтому в классе линейных методов максимум $A(D)$ достигается на амортизации с удвоенной нормой $2\lambda^0$ (где λ^0 — стандартная норма амортизации для данного проекта). При этом «критическую» границу компенсации κ_1 из (5) можно записать в следующем виде:

$$\kappa_1 = \kappa_0 + \left(\gamma_i + \frac{\gamma_p}{\rho}(1-\gamma_i)\right)\frac{\lambda^0}{k(1-\widehat{F})}\left(1 - e^{-\rho/(2\lambda^0)}\right)^2.$$

Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект № 10-02-00271, и РФФИ, проекты № 11-06-00109 и № 10-01-00767.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аркин В. И., Сластников А. Д.* Компенсация кредитной нагрузки новых предприятий с помощью механизма налоговых каникул. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, т. 17, в. 6, с. 834–837.
2. *Аркин В. И., Сластников А. Д.* Выбор момента инвестирования в условиях неопределенности с учетом налоговой среды и механизма кредитования. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, т. 17, в. 5, с. 685–688.
3. *Аркин В.И., Сластников А.Д., Аркина С.В.* Инвестирование в условиях неопределенности и задачи оптимальной остановки. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2004, т. 11, в. 1, с. 3–33.