

В. Б. Г и с и н (Москва, ФУ). **Категорный подход к описанию механизмов выбора.**

Авторы ставшей классической книги [1] отмечают, что значение общей теории и выбора состоит не только в выработке рекомендаций по выбору вариантов, но и (преимущественно) в осмыслении фундаментальных свойств и механизмов выбора. С учетом этого представляется естественным использовать для описания механизмов выбора аппарат общей теории бинарных отношений и соответствий [2]. В работе, представленной данным докладом, мы приводим описание некоторых распространенных механизмов выбора на языке категорий соответствий.

Пусть \mathbf{R} — категория соответствий. Это означает, что в \mathbf{R} задана инволюция $(\cdot)^{-1}$ (контравариантный функтор, тождественный на объектах), и множества морфизмов $\mathbf{R}(X, Y)$ частично упорядочены так, что инволюция и композиция монотонны, и выполняются следующие условия 1–3.

1. Множества $\mathbf{R}(X, Y)$ — полурешетки по пересечениям.
2. Каждый морфизм $r: X \rightarrow Y$ представим в виде $r = f^{-1}g$, где $f: X \rightarrow U$ и $g: Y \rightarrow U$ — функциональные морфизмы (морфизм h функционален, если $hh^{-1} \geq 1$ и $h^{-1}h \leq 1$).
3. Категория \mathbf{R} модулярна: соотношение $(r \wedge st^{-1})t \geq rt \wedge s$ выполняется всякий раз, когда определены входящие в него операции.

Мы будем предполагать дополнительно, что множества $\mathbf{R}(X, Y)$ — полные гейтинговые алгебры.

Пусть ω и Ω — соответствующие наименьший и наибольший элементы, \ominus — операция, квазиобратная к объединению, \oslash — операция, квазиобратная к композиции ($r \ominus s = \inf\{t \mid t \vee s \geq r\}$; $r \oslash s = \sup\{t \mid ts \leq r\}$). Мы будем считать, что категория \mathbf{R} пополнена симметричными идемпотентами, так что каждое отношение эквивалентности в \mathbf{R} является конгруэнцией (т. е. каждое отношение эквивалентности e имеет вид $e = ff^{-1}$, где f — функциональное соответствие, причем $f^{-1}f = 1$) [3]. Заметим, что если в качестве исходной берется категория L -соответствий (см. [4]), то пополненная категория — это категория соответствий между множествами с L -нечетким равенством.

Пусть A — объект категории \mathbf{R} , играющий роль универсального множества альтернатив. Предъявлениями в этом случае естественно считать такие $x \in \mathbf{R}(A, A)$, что $x \leq 1$. Обозначим $\text{Sub}(A)$ множество всех предъявлений. Тогда функция выбора — это такое отображение $C: \text{Sub}(A) \rightarrow \text{Sub}(A)$, что $C(x) \leq x$. Укажем несколько механизмов выбора относительно заданного отношения предпочтения $r \in \mathbf{R}(A, A)$: $C(x) = x \wedge rxx^{-1}$ — выбор лучших вариантов; $C(x) = x \wedge (1 \ominus \Omega xr)$ — графодоминантный выбор; $C(x) = x \wedge \neg(xr^{-1}x \oslash \Omega)$ — выбор недоминруемых альтернатив.

В общем контексте категорий соответствий может быть установлена принадлежность описанных механизмов выбора к тем или иным областям пространства функций выбора, описанным в [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айзерман М. А., Алескеров Ф. Т. Выбор вариантов. Основы теории. М.: Наука, 1990.
2. Gisin V. B. Categories of fuzzy relations in decision making. — In: Multiperson Decision Making Using Fuzzy Sets and Possibility Theory./ J. Kacprzyk, M. Fedrizzi eds. Kluwer Academic Publishers, 1990, p. 80–89.
3. Calenko M. S., Gisin V. B., Raikov D. A. Ordered Categories with Involution. Warszawa: Diss. Math., v. 227.
4. Winter M. Goguen Categories. A Categorical Approach to L-fuzzy Relations. Springer, 2007.