

В. А. Зотов, И. В. Сорокин (Москва, МАТИ). **Оценка времени истечения жидкости из цилиндра через два разноуровневых отверстия.**

Оценим время истечения жидкости из полностью заполненного открытого сверху тонкостенного цилиндрического резервуара высоты H_0 и радиуса основания R через два малых одинаковых отверстия площади σ по одному на дне и боковой поверхности на высоте H_1 .

Математическая модель исследуемого явления реализуется в два этапа — на первом этапе описывается истечение жидкости из двух отверстий в течение времени t_1 при условии $H_1 < h < H_0$, на втором — истечение только через нижнее отверстие за время t_2 при $0 < h < H_1$, где $h(t)$ — уровень жидкости в цилиндре.

Для каждого этапа справедливо обобщенное уравнение изменения уровня жидкости $\pi R^2(dh/dt) = -\sigma v(h)f(h) - \sigma v(h - H_1)f(h - H_1)$, где $f(h)$ — единичная функция Хевисайда.

Примем скорость истечения жидкости $v(h)$ в соответствии с законом Торричелли в виде $v(h) = \mu\sqrt{2gh}$, где μ — коэффициент расхода жидкости (для воды $\mu = 0,62$), $g = 9,8$ м/сек — ускорение свободного падения.

Длительность каждого этапа априори неизвестна и определяется условиями $h(t_1) = H_1$, $h(t_2) = 0$. Общее время истечения жидкости из цилиндра $T = t_1 + t_2$.

Лемма. *Отношение времени истечения жидкости из цилиндра через два малых одинаковых разноуровневых отверстия (T) и через одно малое отверстие на дне (T_0) задается соотношением $3k\tau = 1 + 2k^{3/2} - (1 - k)^{3/2}$, где $k = H_1/H_0$, $\tau = T/T_0$, $T_0 = \mu^{-1}\sqrt{2H_0/g}(\pi R^2/\sigma)$.*

Для приближенных расчетов с погрешностью 15% можно использовать формулу $\tau(k) = 0,5(1 + k)$, а с точностью 5% — формулу $\tau(k) = 0,5(1 + 2k - k^2)$. Приведенные функции являются непрерывно возрастающими в пределах $0,5 < \tau(k) < 1$, и при любом положении бокового отверстия ($0 < k < 1$) общее время истечения жидкости из цилиндра с двумя малыми отверстиями не может быть меньше половины времени истечения всей жидкости только через одно отверстие на дне. В частности, если боковое отверстие находится в центре высоты цилиндра ($k = 0,5$), то соответствующие времена истечения отличаются друг от друга на 10%, т. е. $T = 0,9T_0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зотов В. А.* Исследование операций в прикладной гидродинамике. — В сб.: Труды V-й Московской международной конференции по исследованию операций. М.: МАКС Пресс, 2007, с. 122–123.
2. *Зотов В. А.* Нелинейная декомпозиция процесса истечения жидкости из резервуара. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 3, с. 533–534.