

В. А. Зотов, И. В. Сорокин (Москва, МАТИ). **Массоперенос жидкости при истечении из цилиндра через два разноуровневых отверстия.**

Исследуем распределение объема жидкости, вытекающего из полностью заполненного открытого сверху тонкостенного цилиндрического резервуара высоты H_0 и радиуса основания R через два малых одинаковых отверстия площади σ по одному на дне и боковой поверхности на высоте H_1 .

Предположим, что скорость истечения жидкости соответствует гипотезе Торричелли $v(h) = \mu\sqrt{2gh}$, где $h(t)$ — уровень жидкости над отверстием, μ — коэффициент расхода жидкости (для воды $\mu = 0,62$), $g = 9,8$ м/сек — ускорение свободного падения.

Истечение жидкости из такого цилиндра происходит в два этапа. На первом этапе уровень жидкости расположен выше бокового отверстия, $H_1 < h < H_0$, и жидкость вытекает через оба отверстия одновременно в течение времени t_1 . На втором этапе жидкость вытекает только через нижнее отверстие за время t_2 при условии $0 < h < H_1$.

Длительность каждого этапа априори неизвестна и определяется условиями $h(t_1) = H_1$, $h(t_2) = 0$. Для каждого этапа справедливо обобщенное уравнение изменения уровня жидкости $\pi R^2(dh/dt) = -\sigma v(h)f(h) - \sigma v(h - H_1)f(h - H_1)$, где $f(h)$ — единичная функция Хевисайда.

Объем жидкости, вытекающей через отдельное отверстие, равен $p(t) = \sigma \int_0^t v(t) dt$.

Лемма. *Массовые доли объема жидкости $\pi R^2 H_0$, вытекающей из цилиндра через боковое (p) и донное (q) малые одинаковые отверстия, определяются условием*

$$p + q = 1, \tag{1}$$

где

$$p = \frac{2-k}{4k} \sqrt{1-k} - \frac{(1-k)^2}{2k} - \frac{k}{8} \ln \left(\frac{2 + 2\sqrt{1-k} - k}{k} \right), \quad k = \frac{H_1}{H_0}.$$

Из соотношения (1) следует, что при любом положении бокового отверстия ($0 < k < 1$) через донное отверстие всегда выльется больше половины объема жидкости, а через боковое — меньше половины.

Кроме того, $\max_k p(k) = \min_k q(k) = 0,5$. Если же, например, боковое отверстие находится в центре высоты цилиндра ($k = 0,5$), то $p/q = 1/5$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зотов В. А.* Исследование операций в прикладной гидродинамике. — В сб.: Труды V-й Московской международной конференции по исследованию операций. М.: МАКС Пресс, 2007, с. 122–123.
2. *Зотов В. А.* Нелинейная декомпозиция процесса истечения жидкости из резервуара. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 3, с. 533–534.