Е. А. Абополова, М. Ю. Мишин, М. Е. Семенов (Белгород, БГУ, Воронеж, ВГАСУ)**. Дефаззификация нечетких решений дифференциальных уравнений.**

В работе, представленной данным докладом, приводится метод дефаззификации нечетких решений дифференциальных уравнений, правые части которых зависят от нечеткого параметра. Устанавливаются основные свойства наиболее надежных на уровне решений.

Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений с нечеткими параметрами естественным образом возникают как математические модели динамических процессов, параметры которых либо неизвестны, либо являются трудно формализуемыми функциями многих факторов. Один из возможных подходов к таким уравнениям заключается в трактовке их параметров как реализаций некоторых случайных процессов. Однако зачастую возникают ситуации (например, в экономике), когда в течение достаточно длительного времени параметры системы остаются стабильными, но не диагностируемыми. В этом случае из «физических соображений» их удобно трактовать как нечеткие.

Как известно, нечеткие решения являются «надежными» в том смысле, что возможный результат наверняка содержится в этом множестве, однако для практических целей важно иметь представление о среднем (наиболее надежном) решении. Его иногда можно получить с помощью процедуры дефаззификации.

Наиболее надежное значение нечеткого числа определяется соотношением $\langle A\rangle_\alpha = \int_0^1 \operatorname{Average} A^\alpha\,d\alpha$, где $\operatorname{Average} A^\alpha$ — некая интегральная характеристика A^α. В простейшем случае трапециевидных нечетких чисел она выбиралась как полусумма значений аргументов функций принадлежности, принимающей значение $\alpha \in [0,1]$. В прикладных задачах часто требуется найти наиболее надежное значение на определенном уровне значимости $\alpha \in [0,1]$.

Рассмотрим скалярное дифференциальное уравнение $\dot y = f(y,t,A)$, $y(0) = y_0$, с нечетким параметром A. *Нечетким решением* этого уравнения назовем множество четких решений $Y(t) \equiv \{y\colon\ y = \psi(t,x),\ \psi(0,x) = y_0\}$, уравнения при всех $x \in A^0$. При этом *степенью надежности* всякого решения из множества $Y(t)$ будем считать соответствующее значение $\mu_A(x)$. Также α-уровнем множества Y при всяком фиксированном t назовем $Y^\alpha(t) \equiv \{y\colon\ y = \psi(t,x),\ x \in A^\alpha\}$. Структура этого множества в общем случае может быть весьма сложной.

Для каждого $t > 0$ и каждого $\alpha \in [0,1]$ определим среднее решений уравнения $y_\alpha(t) = \langle Y(t)\rangle_\alpha = \int_{A^\alpha} \psi(t,x)\mu_A(x)\,dx / \int_{A^\alpha} \mu_A(x)\,dx$. Эту функцию естественно трактовать как среднее (наиболее надежное значение) решения уравнения на α-уровне. Эта формула с учетом нормировки фактически определяет наиболее надежное решение во всякий момент $t \geqslant 0$. Несложно показать, что функция $y_\alpha(t)$ непрерывна по совокупности переменных. При сделанных предположениях Хаусдорфово расстояние $H[Y^\alpha(t), Y^{\alpha_1}(t)]$ непрерывно зависит от $\alpha - \alpha_1$. Из этого факта и непрерывной зависимости решений от параметра вытекает непрерывность $y_\alpha(t)$ (однако дифференцируемость по параметру α имеет место не всегда). Предложенный метод дефаззификации дифференциальных уравнений с нечеткими параметрами можно распространить на дифференциальные уравнения произвольного порядка и системы дифференциальных уравнений. Также можно считать нечеткими начальные условия соответствующих систем и уравнений.