Т. Р. Ш а р и п о в (Санкт-Петербург, СПбГУ). **Дифференциальный итерационный процесс решения уравнений фильтрации флюидов.**

В области $(\mathbf{x}, t) \in \Omega \times [0, T]$ $(\Omega \subset \mathbf{R}^n,\ n = 1, 2, 3)$ рассматривается модель нелетучей нефти (Black Oil) [1] для изотермической фильтрации вязких сжимаемых флюидов (нефть (o), вода (w), газ (g)) в недеформируемой пористой среде, описываемая уравнениями неразрывности фаз

$$\begin{gathered} \phi(S_l/B_l + \delta_{l,g} R_s S_o/B_o)'_t + \operatorname{div}(\mathbf{u}_l/B_l + \delta_{l,g} R_s \mathbf{u}_o/B_o) = q_l, \quad l = o, w, g, \\ \mathbf{u}_l = -\mathbf{K}\, k_{rl}(\nabla p_l - \rho_l \gamma \nabla \mathbf{D})/\mu_l, \quad p_g = p_o + p_{cgo}, \quad p_w = p_o - p_{cow}, \end{gathered} \tag{1}$$

и уравнением баланса насыщенностей

$$S_o + S_w + S_g = 1. \tag{2}$$

Здесь $\delta_{c,g}$ — символ Кронекера, $\gamma = \mathrm{const}$, $\phi = \phi(\mathbf{x})$, $\mathbf{K} = \mathbf{K}(\mathbf{x})$, $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{x})$, $p_o = p_o(\mathbf{x}, t)$, $S_l = S_l(\mathbf{x}, t)$, $B_l = B_l(p_l)$, $R_s = R_s(p_o)$, $\rho_l = \rho(p_l)$, $\mu_l = \mu(p_l)$, $k_{rl} = k_{rl}(Sw, Sg)$, $p_{cgo} = p_{cgo}(S_g)$, $p_{cow} = p_{cow}(S_w)$.

Задача (1)–(2) замыкается краевыми и начальными условиями для вектора неизвестных $\mathbf{X} = \{p_o, S_w, S_g\}$.

В работе, представленной данным докладом, на базе метода последовательных приближений с априорными оценками [3] предложен новый итерационный процесс решения нелинейной системы (1), сходящийся с любого начального приближения и представляющий альтернативу используемым в гидродинамических симуляторах схемам IMPES, FIM, AIM [2].

Заменой переменных $y_o = S_o/B_o$, $y_w = S_w/B_w$, $y_g = S_g/B_g + R_s S_o/B_o$ система (1) сводится к нелинейному параболическому уравнению относительно нового вектора неизвестных $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(\mathbf{x}, t) = \{y_o,\ y_w,\ y_g\}$

$$\phi \mathbf{Y}'_t - \operatorname{div}(A_1(\mathbf{Y})\nabla \mathbf{Y}) + A_0(\mathbf{Y}) = 0, \tag{3}$$

где при вычислении матричного $A_1(\mathbf{Y}) = \{\lambda_l(\partial p_l/\partial \mathbf{Y}) + \delta_{l,g} R_s \lambda_o(\partial p_o/\partial \mathbf{Y})\}_{l=o,w,g}$ и векторного $A_0(\mathbf{Y}) = \{\operatorname{div}(\lambda_l \rho_l \gamma \nabla \mathbf{D})\}_{l=o,w,\,g}$ операторов с $\lambda_l = \mathbf{K} k_{rl}/(\mu_l\, B_l)$ необходим обратный переход к вектору $\mathbf{X} = \mathbf{X}(\mathbf{Y})$. Для этого p_o определяется из решения уравнения (2), где $S_o = y_o B_o$, $S_w = y_w B_w$, $S_g = (y_g - R_s y_o) B_g$.

Далее, если для любых $(\mathbf{x}, t) \in \Omega \times [0, T]$ известны априорные оценки $m \leqslant \mathbf{Y} \leqslant M$, $0 < \alpha_1 \leqslant A_i \leqslant \alpha_2$, $i = 0, 1$, то при $\alpha = (\alpha_1 + \alpha_2)/2$ итерационный процесс, состоящий из решения параболических уравнений

$$\phi(\mathbf{Y}_{n+1})' - \alpha \Delta \mathbf{Y}_{n+1} + \beta \mathbf{Y}_{n+1} = \operatorname{div}(A_1(P(\mathbf{Y}_n) - \alpha)\nabla \mathbf{Y}_n) + \beta \mathbf{Y}_n - A_0(P(\mathbf{Y}_n))$$

с краевыми условиями для задачи (3), сходится [3] для всех $t \in (0, T]$ к ее решению. Здесь $P(\mathbf{Y}) = \{m \,\forall\, \mathbf{Y} < m,\ \mathbf{Y} \,\forall\, \mathbf{Y} \in [m, M],\ M \,\forall\, \mathbf{Y} > M\}$ есть оператор проектирования на $[m, M]$, а β — произвольный неотрицательный параметр, позволяющий дополнительно ускорить сходимость.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Каневская Р. Д.* Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. — Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 128 с.
2. *Cao H.* Development of techniques for general purpose simulators. PhD thesis. Stanford University, 2002.
3. *Голичев И.И.* Решение некоторых задач для параболических уравнений методом последовательных приближений. Уфа: БНЦ УрО АН СССР, 1989, 172 с.