В. А. Ивницкий (Москва, МГУПС). **Нахождение нестационарных начальных моментов произвольного порядка и корреляционной функции случайного процесса — остаточного времени до следующего момента восстановления процесса восстановления.**

В работе, представленной данным докладом, находятся нестационарные начальные моменты произвольного порядка и корреляционная функция случайного процесса — остаточного времени с момента t до следующего момента восстановления процесса восстановления методом стохастических разностных уравнений [1].

На оси времени последовательно расположены случайные точки $t_0, t_1, t_2, \ldots, t_n$, $\ldots$ так, что с вероятностью 1 имеет место $t_n \geqslant t_{n-1}$, $n \geqslant 1$, $t_0 \geqslant 0$. В каждой из точек $t_0, t_1, t_2, \ldots, t_n, \ldots$ происходит одно восстановление. Пусть $z_0 = t_0$, $z_n = t_n - t_{n-1}$, $n \geqslant 1$. Если $z_0, z_1, z_2, \ldots, z_n, \ldots$ являются независимыми неотрицательными случайными величинами, причем $\mathbf{P}\{z_0 < x\} = \varphi^{(0)}(x)$, а $z_1, z_2, \ldots, z_n, \ldots$ одинаково распределены и их функция распределения $\mathbf{P}\{z_i < x\} = F(x)$, $i = 1, 2, \ldots, n, \ldots$, $\varphi^0(x)$ и $F(x)$ имеют произвольный вид, то последовательность моментов $t_0, t_1, t_2, \ldots, t_n, \ldots$ образует *общий процесс восстановления* или *рекуррентный поток требований* [2].

Рассмотрим остаточное время с момента t до следующего момента восстановления $\xi(t)$. Обозначим $P(t,x) = \mathbf{P}\{\xi(t) < x\}$, $P(0,x) = \varphi^{(0)}(x)$, $\widetilde{\varphi}(s) = \int_0^\infty e^{-st}\, d\varphi^{(0)}(x)$, $\widetilde{\varphi}(s) = \int_0^\infty e^{-st}\, dF(x)$, $\widetilde{a}_k(u) = \int_0^\infty e^{-ut} M\,\xi(t)^k\, dt$, $\tau_0 = M\,z_0$, $z = z_i$, $i \geqslant 1$, $\tau = M\,z$.

Теорема 1. *Преобразование Лапласа нестационарного момента остаточного времени с момента t до следующего момента восстановления k-го порядка, где k — любое конечное целое положительное число, имеет вид*

$$\widetilde{a}_k(u) = \sum_{i=1}^{k} (-1)^{k-i} \frac{k!}{u^{k-i+1} i!} \Big[M\,\xi(0)^i + M\,z^i \widetilde{\varphi}^{(0)}(u)(u(1-\widetilde{\varphi}(u)))^{-1} \Big]$$
$$+ (-1)^{k-i} \frac{k!}{u^{k+1}} \Big[\Big(\tau_1 + \tau \widetilde{\varphi}^{(0)}(u)(1-\widetilde{\varphi}(u))^{-1} \Big) u - 1 \Big]. \qquad (1)$$

Из (1) следует, что

$$\widetilde{a}_1(u) = \int_0^\infty e^{-st} M\,\xi(t)\, dt = \frac{1}{u^2} \Big[\Big(\tau_1 + \tau \widetilde{\varphi}^{(0)}(u)(1-\widetilde{\varphi}(u))^{-1} \Big) u - 1 \Big]. \qquad (2)$$

Для стационарного случая имеем $M\,\xi(\infty)^{k-1} = (\lambda/k) M\,z^k$.

Определим корреляционную функцию случайного процесса — остаточного времени с момента t до следующего момента восстановления процесса восстановления. Формула для $M\,\xi(t)$ получается обращением (2), остается найти выражение для $M\,\xi(t)\xi(t')$. Пусть $t' > t$.

Теорема 2. *Для $M\,\xi(t)\xi(t')$ справедлива формула*

$$M\,\xi(t)\xi(t') = \int_{t'-t}^\infty x^2\, d_x P(t,x) - (t'-t) \int_{t'-t}^\infty x\, d_x P(t,x)$$
$$+ \sum_{n=0}^\infty \Big[\int_0^{t'-t} \Big(\int_0^{t'-t-y} \Big(\int_{t'-t-y-u}^{t'-t-y} x^2\, d_x P(x,t) \Big) dF(u) \Big) dF_n(y)$$
$$+ (t'-t) \int_0^{t'-t} \Big(\int_0^{t'-t-y} \Big(\int_{t'-t-y-u}^{t'-t-y} x\, d_x P(x,t) \Big) dF(u) \Big) dF_n(y)$$
$$+ \int_0^{t'-t} \Big(\int_0^{t'-t-y} \Big(\int_{t'-t-y-u}^{t'-t-y} x\, d_x P(x,t) \Big) u\, dF(u) \Big) dF_n(y)$$
$$+ \int_0^{t'-t} \Big(\int_0^{t'-t-y} \Big(\int_{t'-t-y-u}^{t'-t-y} x\, d_x P(x,t) \Big) dF(u) \Big) y\, dF_n(y) \Big], \qquad (3)$$

где $F_n(y)$ *—* n*-кратная свертка распределения* $F(y)$*, а* $P(t,x)$ *имеет вид*

$$P(t,x) = \varphi^{(0)}(t+x) - \varphi^{(0)}(t) + \int_0^t (F(t-y+x) - F(t-y))\,dH(y).$$

Формула для $P(t,x)$ приведена в [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ивницкий В. А.* Определение корреляционных функций количества требований в узлах замкнутой сети массового обслуживания с возможностью обхода узлов требованиями. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 5, с. 856–857.
2. *Гнеденко Б. В.*, *Коваленко И. Н.* Введение в теорию массового обслуживания. М.: URSS, 2005, с. 400.