В. Н. Колодежнов (Воронеж, ВГУИТ). **Поступательное течение неньютоновской жидкости, реологическая модель которой учитывает эффект «отвердевания», в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами.**

В работе [1] была предложена следующая реологическая модель жидкости:

$$\tau_{ij} = -P\,\delta_{ij} + 2\mu(I_2)\varepsilon_{ij}, \quad i = 1, 2, 3, \tag{1}$$

$$\mu(I_2) = \frac{\tau_{\rm crit}}{2\sqrt{-I_2}}\left\{1 - \left(1 - \sqrt{-\frac{I_2}{I_{2,\rm crit}}}\right)^{1/n}\right\}, \quad n > 1, \quad -I_2 \leqslant I_{2,\rm crit},$$

где τ_{ij}, ε_{ij} — компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций, соответственно; P — давление; δ_{ij} — символ Кронекера; $\mu(I_2)$ — функция второго инварианта $I_2 < 0$ тензора скоростей деформаций; $\tau_{\rm crit}$, $I_{2,\rm crit}$, n — эмпирические константы реологической модели.

Отличительной особенностью этой модели является то, что для одномерных течений крутизна графика зависимости касательного напряжения от скорости сдвига неограниченно возрастает по мере приближения модуля второго инварианта I_2 тензора скоростей деформаций к некоторому критическому, но конечному, значению $I_{2,\rm crit}$. В этом случае касательное напряжение по модулю должно принимать некоторое предельное значение $\tau_{\rm crit}$. Тогда при $|I_2| \to I_{2,\rm crit}$ поведение такой жидкости можно интерпретировать с точки зрения проявления эффекта «отвердевания».

Рассмотрим установившееся ламинарное течение жидкости с реологической моделью (1) в зазоре между двумя коаксиальными неограниченными по длине цилиндрами с радиуами R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$). Будем считать, что внешний цилиндр является неподвижным, а к внутреннему приложена сориентированная вдоль их общей оси сила, которая в расчете на единицу длины цилиндров принимает значение F. В результате в установившемся режиме внутренний цилиндр будет двигаться с постоянной, но неизвестной заранее скоростью.

Пусть исходные параметры системы таковы, что в окрестности стенки внутреннего цилиндра (в области с наибольшими значениями $|I_2|$) ормируется слой «отвердевшей» жидкости, внешний радиус которого принимает неизвестное заранее значение $R_1 < R_s < R_2$. Этот слой, естественно, будет двигаться совместно с внутренним цилиндром как одно целое твердое тело. При этом течение увлекаемой жидкости будет происходить в канале с кольцевым поперечным сечением.

В результате решения такой задачи было показано, что распределение скорости жидкости $u(r)$ в свободной для течения части канала описывается выражением вида

$$\frac{u(r)}{U_s} = \left[R_2 - r - \int_{r/R_1}^{R_2/R_1}\left(1 - \frac{La\,R_1^2}{2n(R_2 - R_1)r}\right)^n dr\right] \Big/ R_1, \quad R_s < r < R_2,$$

$$U_s = 2R_1\sqrt{I_{2,\rm crit}}, \quad La = nF(R_2 - R_1)/(\pi R_1^2 \tau_{\rm crit}), \quad R_s = F/(2\pi\tau_{\rm crit}),$$

где r — радиальная координата, отсчитываемая от оси симметрии цилиндров; U_s — характерное, принимаемое в качестве масштабного, значение скорости жидкости; La — число Лагранжа для рассматриваемой задачи.

Проведен анализ влияния основных параметров системы на характеристики течения, в частности, скорость установившегося движения внутреннего цилиндра и объемный расход жидкости, увлекаемой внутренним цилиндром в процесс течения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колодежнов В. Н.* Течение в плоском канале дилатантной жидкости с эффектом «отвердевания». — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, т. 17, в. 3, с. 422.