ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2,3
2012

И. А. Чеплюкова (Петрозаводск, ИПМИ КарНЦ РАН). **О распределении максимальной степени вершин в условных Интернет-графах.**

Рассматриваются случайные графы, содержащие N занумерованных вершин. Степени вершин $\eta_1, \ldots, \eta_N$ задаются независимыми одинаково распределенными случайными величинами, для которых

$$\mathbf{P}\{\eta_1 = k\} = k^{-\tau} - (k+1)^{-\tau}, \quad \tau > 0, \quad k = 1, 2, \ldots$$

В случае, если сумма степеней нечетна, вводится дополнительная вершина с единичной степенью. Для удобства описания структуры графа в [1] введено понятие полуребра. Все полуребра графа являются различными и при образовании ребер соединяются между собой равновероятно.

Расположим степени вершин такого графа в виде вариационного ряда $\eta_{(1)} \leqslant \eta_{(2)} \leqslant \ldots \leqslant \eta_{(N)}$. Обозначим через $\eta_{(N)}$ случайную величину, равную максимальной степени вершин. Получены предельные теоремы для максимальной степени $\eta_{(N)}$ при условии, что сумма степеней вершин известна и равна n, $\tau \geqslant 2$ и $(n - \zeta(\tau)N)/N^{1/\tau} \to \infty$, где $\zeta(\tau)$ – значение дзета-функции Римана в точке τ.

Справедливы следующие утверждения.

Теорема 1. *Пусть* $N, n \to \infty$ *так, что* $(n - \zeta(\tau)N)/N^{1/2} \to \infty$, $\tau > 2$. *Тогда для любого фиксированного* $z > 0$

$$\mathbf{P}\left\{\frac{n - \zeta(\tau)N - \eta_{(N)}}{\sqrt{N}} \leqslant z\right\} \to \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{z} e^{-x^2/2} dx.$$

Теорема 2. *Пусть* $N, n \to \infty$ *так, что* $(n - \zeta(2)N)/\sqrt{N \ln N} \to \infty$, $\tau = 2$. *Тогда для любого фиксированного* $z > 0$

$$\mathbf{P}\left\{\frac{n - \zeta(2)N - \eta_{(N)}}{\sqrt{N \ln N}} \leqslant z\right\} \to \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{z} e^{-x^2/2} dx.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Reittu H., Norros I.* On the power-law random graph model of massive data networks. — Performance Evaluation, 2004, v. 55, p. 3–23.