ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2,3
2012

В. М. Трояновский, **О. А. Сердюк**, **П. В. Аунг** (Москва, НИУ «МИЭТ»). **О статистике оценок ковариационной функции, вычисляемых по реализации конечной длины.**

Современные методы научных исследований предполагают широкое использование математических методов и моделей. Однако решение прикладных математических задач требует совместного учета целого спектра разнородных ограничений, препятствующих применению классических подходов. Применительно к задачам изучения характеристик действующих производств по данным их нормального функционирования в качестве таких ограничений выступают: работа в реальном времени, стохастичность воздействий и малая изученность объектов, принципиально ограниченная длина доступных реализаций, динамическое преобразование сигналов в объекте исследования, а также дискретно-непрерывные преобразования сигналов в процессе компьютерной обработки.

Указанные особенности приводят к разработке специальных алгоритмов решения конкретных прикладных задач и к необходимости анализа свойств таких решений с привлечением статистических методов [1].

В рамках данного доклада рассматривается задача определения свойств оценки ковариационной функции сигнала, вычисляемой по единственной реализации конечной длины. Такая оценка не только дает исходное представление о свойствах самого сигнала, но зачастую сама является основой в таких важных прикладных задачах, как идентификация, спектральный анализ и др.

Пусть центрированный стационарный эргодический сигнал $x(t)$ имеет ковариационную функцию $K_{xx}(\tau)$ и ее оценка определяется по реализации длиной T с использование N равноотстоящих отсчетов, так что

$$T = N T_s,$$

где T_s – период отсчетов, а расчетное соотношение имеет вид [2]

$$R_{xx}(j) = \frac{1}{N - j_{\max}} \sum_{i=1}^{N-j_{\max}} x_i x_{i+j}, \qquad j = 0, 1, \ldots, j_{\max}.$$

Показано, что оценка $R_{xx}(j)$ является несмещенной относительно $K_{xx}(jT_s)$, а величина ее флуктуаций и взаимной корреляции ординат зависят от вида истинной ковариационной функции, закона распределения амплитуд исходного сигнала, объема накопленных данных и периода отсчетов.

Показано, что для нормально распределенного сигнала в виде «белого шума» автокорреляционная функция погрешностей является также «белым шумом», а ее ординаты определяются как

$$K_{RR}(0) \approx \frac{2\sigma_x^4}{N}, \quad K_{RR}(j \neq 0) = \frac{\sigma_x^4}{N}.$$

Для коррелированного сигнала $x(t)$ предполагается использование идеи формирующего фильтра [3] и отслеживание преобразования флуктуаций оценки ковариационной функции в соответствии с методикой [2].

Результаты проведенного компьютерного моделирования подтверждают правильность полученных соотношений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сердюк О. А.*, *Трояновский В. М.* Статистические проблемы оценивания экспериментальных данных с помощью гистограмм. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2008, т. 15, в. 5, с. 928–929.
2. *Трояновский В. М.* Информационно-управляющие системы и прикладная теория случайных процессов: Учебное пособие. М.: Гелиос АРВ, 2004, 304 с.
3. *Дженкинс Г.*, *Ваттс Д.* Спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1971.