

А. Е. К а с а т к и н (Самара, СамГУ). **Моделирование процессов заводнения с помощью эллиптических функций Вейерштрасса.**

Вторичные интенсивные методы добычи нефти — это настоящее и будущее нефтяной промышленности: они позволяют ей поддерживать свой высокий статус и развиваться для удовлетворения растущих потребностей общества. Исторически первым вторичным методом, случайно открытым в середине 1860-х гг. [3], стало заводнение: было установлено, что нагнетаемая в пласт вода способна восстановить упавшее давление и повысить объем извлекаемой нефти. Высокая эффективность новой технологии была подтверждена рядом опытных работ, проведенных в первой половине XX в. [2]. В настоящее время заводнение обеспечивает около половины добываемой США нефти.

Независимо от применяемой технологии, разработка любого месторождения — это длительный и сложный процесс, растянутый во времени на несколько лет, а, значит, требующий тщательного планирования. Ошибки в проектировании, игнорирование технически важных параметров пласта и флюидов неблагоприятно сказываются на результатах добычи, приводя к многомиллионным убыткам. Прогнозирование хода заводнения, улучшение технико-экономических показателей за счет подбора оптимальной схемы расстановки скважин — цель настоящего исследования.

Для моделирования нефтяного месторождения использовалась бесконечная комплексная плоскость, покрытая двоякопериодической решеткой L с параметрами ω_1 и ω_2 ($Im(\omega_2/\omega_1) > 0$). Скважины, разрабатывающие пласт, размещались в ее (решетки) узлах. В рассматриваемом случае задача фильтрации решалась с использованием квазипериодической функции Вейерштрасса $\zeta(z, \bar{z})$. Ниже приведено выражение для поля скоростей, создаваемого одиночной скважиной в элементарной ячейке решетки L [1]:

$$v(z, \bar{z}) = -\frac{Q}{2\pi h} (\overline{\zeta(z)} + \alpha\bar{z} - \beta z). \quad (1)$$

Здесь $\zeta(z) = \frac{1}{z} + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (\frac{1}{z-\omega} + \frac{1}{\omega} + \frac{z}{\omega^2})$ — дзета-функция Вейерштрасса ($\omega = n\omega_1 + m\omega_2 : m, n \in \mathbb{Z}$), $\beta = \frac{\pi}{\Delta}$ (Δ — площадь элементарной ячейки), $\alpha = \frac{\beta\bar{\omega}_1 - 2\zeta(\omega_1/2)}{\omega_1}$ — параметр, обеспечивающий двоякопериодичность функции скорости $v(z, \bar{z})$, Q — мощность скважины, h — толщина пласта.

Благодаря линейности, рассмотренное представление (1) легко обобщается на случай включения нескольких скважин в ячейку решетки L :

$$v(z, \bar{z}) = -\sum_{u=1}^{n1} \frac{Q_u^{(prod)}}{2\pi} (\overline{\zeta(z - z_u, \bar{z} - \bar{z}_u)} + \alpha(\bar{z} - \bar{z}_u) - \beta(z - z_u)) + \sum_{w=1}^{n2} \frac{Q_w^{(inject)}}{2\pi} (\overline{\zeta(z - z_w, \bar{z} - \bar{z}_w)} + \alpha(\bar{z} - \bar{z}_w) - \beta(z - z_w)). \quad (2)$$

Здесь $n1$ и $n2$ — число добывающих (мощности Q_u) и нагнетательных (мощности Q_w) скважин соответственно. Основная задача, поставленная в работе, заключалась

в расчете и построении траекторий фронта заводнения, расширяющегося со временем. Выражение для поля скоростей (2), представленное выше, вошло в состав главного уравнения:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dz}{dt} &= \bar{v}(z, \bar{z}), \\ z_{t=0} &= z_0 + r_w e^{i\theta}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь m — пористость, z_0 — центр нагнетательной скважины радиуса r_w . Интегрируя систему (3) по времени и меняя угол θ от 0 до 2π , можно получить «временные снимки» фронта заводнения. Для проведения расчетов использовались методы Рунге-Кутты, модифицированные с учетом комплексности переменных и их сопряженности. В итоге были построены картины движения нагнетаемой в пласт воды: ниже представлены изображения, полученные для пятиточечной и семиточечной (1) схем заводнения.

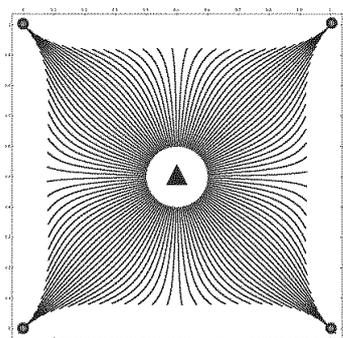
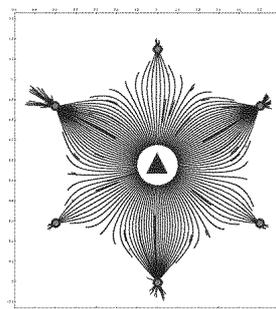
1. ($t=1100$)2. ($t=750$)

Рис. Фронт заводнения для пятиточечной (1) и семиточечной (2) схем в момент прорыва воды в добывающие скважины. Сравните время начала обводнения t , приведенное в условных единицах

Результаты проделанной работы могут быть использованы для качественного и количественного анализа схем заводнения: подсчитывая коэффициент извлечения нефти и время обводнения, можно оценить эффективность различных способов расстановки скважин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астафьев В. И., Ротерс П. В. Моделирование двоякопериодических систем добывающих скважин. — Вестник СамГУ, 2010, т. 78, № 4, с. 5–11.
2. Уиллхайт Г. П. Заводнение пластов. М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009.
3. Уолкотт Д. Разработка и управление месторождениями при заводнении. М., 2001.