ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 3
2012

А. А. Богер, В. И. Ряжских, М. И. Слюсарев, В. А. Сумин (Воронеж, ВГУИТ). **Нестационарный кондуктивный режим теплообмена в квадратной каверне при неоднородных граничных условиях второго рода.**

Совместным применением конечного интегрального косинус-преобразования по геометрическим координатам решена задача

$$\rho c_p \frac{dt}{d\tau} = \lambda\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right), \quad t(x,y,0) = t_0,$$
$$-\lambda\frac{\partial t(0,y,\tau)}{\partial x} = \lambda\frac{\partial t(h,y,\tau)}{\partial x} = -\lambda\frac{\partial t(x,0,\tau)}{\partial y} = q, \quad \lambda\frac{\partial t(x,h,\tau)}{\partial y} = 0,$$

где x, y, τ — декартовы координаты и текущее время, t, t_0 — локальная и начальная температуры жидкого водорода, ρ, c_p, λ — плотность, теплоемкость и теплопроводность среды; h — характерный размер каверны (м) в виде

$$T(X,Y,\theta) = X^2 - X + (Y-1)^2/2 + 3\Theta + F(X,Y,\theta),$$

где

$$\begin{aligned} F(X,Y,\theta) \;&=\; B_{00}e^{C_{00}\theta} + 2\sum_{m=1}^{\infty} B_{0m}e^{C_{0m}\theta}\cos(\mu_m Y) + 2\sum_{n=1}^{\infty} B_{n0}{}^{C_{n0}\theta}\cos(\lambda_n X) \\ &\quad +4\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} B_{nm}e^{C_{nm}\theta}\cos(\mu_m Y)\cos(\lambda_n X), \quad C_{nm} = -(\lambda_n^2 + \mu_m^2), \\ B_{nm} \;&=\; 2\sum_{k=1}^{\infty}\cos(\varepsilon_k - 1)W_n^{(1)}W_{km}^{(2)} + \sum_{l=1}^{\infty}\cos(\gamma_l - 1)W_m^{(3)}W_{ln}^{(4)}, \\ W_n^{(1)} \;&=\; \begin{cases} -1/6, & n=0, \\ \dfrac{1+\cos\lambda_n}{\lambda_n^2}, & n>0, \end{cases} \quad W_{km}^{(2)} = \begin{cases} 0, & m=k, \\ \dfrac{-1+\cos\varepsilon_k\cos\mu_m}{\mu_m^2 - \varepsilon_k^2}, & m\neq k, \end{cases} \\ W_m^{(3)} \;&=\; \begin{cases} 1/3, & m=0, \\ \dfrac{2}{\mu_m^2}, & m>0, \end{cases} \quad W_{ln}^{(4)} = \begin{cases} 0, & n=l, \\ \dfrac{-1+\cos\gamma_l\cos\lambda_n}{\lambda_n^2 - \gamma_l^2}, & n\neq l, \end{cases} \end{aligned}$$

$\lambda_n = \pi n$, $\mu_m = \pi m$, $\gamma_l = \pi l$, $\varepsilon_k = \pi k$, $T = \lambda(t-t_0)/(gh)$, $\theta = \tau a/h^2$, $X = x/h$, $Y = y/h$, $a = \lambda/(\rho c_p)$, g — ускорение свободного падения.

Вычислительные эксперименты свидетельствуют о наличии квазистационарного режима, при котором структура температурного поля не меняется и со временем происходит его эквидистантное увеличение (см. рис.). Найдено, что наступление такого режима начинается с $\theta \approx 0,06$.

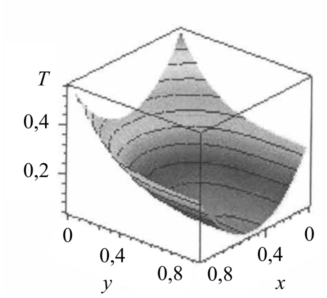

Рис. Квазистационарная структура температурного поля в момент безразмерного времени $\theta = 0,06$

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 10-08-00120а.