ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 3
2012

И. К. Коханенко, **В. А Москаев**, **И. Л. Пищик** (Ростов-на-Дону, РИСИНТ, ИУБИП, Воронеж, ВУНЦ ВВС). **Критерий стабильности кривой регрессии для неброуновского фрактального движения.**

Известные методы математического прогнозирования (сглаживания, Винтерса, регрессионные, Бокса–Дженкинса, нейросетевые) содержат в основном процедуры построения моделей и алгоритмов оценки прогнозируемой переменной. Принципиальная возможность данных моделей прогнозировать на достаточном интервале времени в указанных методах предполагается несомненной. Такая же возможность предполагается и при сценарном прогнозировании. Приводятся соотношения для наилучшего прогнозного значения, которое символизирует прогнозную силу модели, а предельное время, при котором принципиально возможно использовать модель, как правило, не оценивается; в классической эконометрике считается, что временны́е ряды инвариантны относительно времени. Прогнозные способности модели часто остаются вне поля исследования. Между тем, нелинейная динамика знает модели, в которых предсказание принципиально невозможно или ограничено (например, странные аттракторы). Вариант оценки возможности прогнозирования с использованием модели регрессии приводится ниже.

Теорема. *Пусть модель текущего поведения остатков уравнений регрессии* $\partial f/\partial t = a_1 f$, $\partial n/\partial t = a_2 n$ *имеет решения* $f(I)$ *и* $n(I)$ *из класса ограниченных функций. Тогда при экспоненциальных решениях модели глобального поведения* [1, 2] *остатки уравнения регрессии, а, следовательно, и кривая регрессии будут обладать свойством персистентности, если выполняются неравенства* $a_1 > 0$, $a_2 < 0$.

Доказательство такого утверждения из-за простоты лаконично. Действительно, при $a_1 > 0$, $a_2 < 0$ и экспоненциальном характере решения частота $f(I,t)$ со временем растет, а доля $n(I,t)$ уменьшается; это для фрактала $n = cf^{-d}$ означает увеличение частоты появления аномальных элементов f доли $n(I,t)$ аномальных кластеров, т. е. увеличение доли аномальных элементов в меньшей доле аномальных кластеров – явление концентрации; с другой стороны, так как $n(f)$ – фрактал, во времени $f(t) = |a_1|e^{a_1 t} = Cn^{-1/d}$ — частота появления аномальных элементов в уменьшающейся во времени доле n аномальных кластеров со временем увеличивается. Вероятно, поэтому в будущем такой тренд сохранится. Для рассматриваемой в теореме модели текущего поведения остатков решение, объединяющее локальное поведение с глобальным порядком, получено в [2]. Для такого решения выражение для дисперсии случайной величины отличается от известного выражения для дисперсии броуновского движения, и поэтому здесь изучаемая модель текущего поведения остатков названа *неброуновским фрактальным движением.*

Полученный критерий персистентности, а, следовательно, прогнозируемости развивает результаты ряда работ. Так, выводы [3] о критерии персистентности, основанные на определении ковариации случайных величин из фрактального броуновского движения, ограничены в своем применении; они верны только в случае справедливости закона дисперсии, характерного для фрактального броуновского движения, связанного с гауссовским распределением. У случайных величин из фрактального броуновского движения математическое ожидание определено, а в целом ряде случаев фрактального распределения математическое ожидание не существует. Поэтому выводы [3] не всегда верны, и сформулированный выше критерий может оказаться полезным. Кроме того, персистентность свидетельствуют о том, что фрактальные временны́е ряды и им соответствующие уравнения регрессии, описывающие эволюцию многих сложных технических, экономических и социальных систем, обладая статистическим самоподобием во времени, к тому же и квазицикличны. Здесь «квази» указывает на определенную нечеткость этой характеристики. Эволюция систем имеет некоторый нечеткий период T , в течение которого сохраняется память о прошлом, о начальных условиях; это так называемая долговременная память, которая характеризует цикл, т. е. ключевые прогностические свойства модели регрессии. Обычно «время жизни» долговременной памяти оценивается эмпирически. Результаты, полученные выше, позволяют получить аналитическое выражение для времени цикла персистентности, т. е. времени адекватного прогноза. В следующей работе авторы обоснуют такое выражение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kochanenko I.* Fractal Characteristics of Forcast Properties of Non-linear Regress. — Lecture Notes in Information Technology, Jornal of Information Engineering Research Institute, USA, 2012, v. 13, p. 192–195.
2. *Коханенко И. К.* Фрактальная топология и динамика экономических систем. — Экономика и математические методы, 2007, т. 43, № 1.
3. *Кроновер Р. М.* Фракталы и хаос в динамических системах. М: Постмаркет, 2000.