ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2012

А. Н. Зубков (Таганрог, филиал ДГТУ). **Деформации n мерных компактных комплексных многообразий $\mathcal{F}^n$ в $\mathbf{E}^{2n+2}$, $n \geqslant 1$, с нулевым G^*-кручением при условии защемления их в некоторой точке.**

Пусть в евклидовом пространстве $\mathbf{E}^{2n+2}$, $n \geqslant 1$, задано n-мерное комплексное многообразие $\mathcal{F}^n = (F^{2n}, \Sigma)$, где F^{2n} — $2n$-мерная поверхность класса регулярности C^3 в $\mathbf{E}^{2n+2}$ (см. [1]), а Σ — комплексная структура, введенная на F^{2n} (см. [2]). Присоединим к F^{2n} подвижный репер $\{\overline{x}, \overline{e}_1, \overline{e}_2, \ldots, \overline{e}_n\}$, где $\overline{x}$ — радиус-вектор точки $x \in F^{2n}$, $\overline{e}_i$ $(i = 1, 2, \ldots, 2n)$ — единичные базисные векторы в касательном векторном пространстве T_xF^{2n} к F^{2n} в точке $x \in F^{2n}$, а $\overline{e}_\sigma$ $(\sigma = 2n+1, 2n+2)$ — векторы ортонормированного базиса в нормальном векторном пространстве N_xF^{2n}.

Введем на поверхности F^{2n} поле смещений $\overline{u}(x) = a^i\overline{e}_i + c^\sigma\overline{e}_\sigma$, $x \in F^{2n}$, при ее деформации в $\mathbf{E}^{2n+2}$ и возьмем на F^{2n} поверхностную полосу $\{L, N_{x(s)}F^{2n}\}$ (см. [3]), $x(s) \in L$, вдоль гладкой кривой $L \subset F^{2n}$, где s — натуральный параметр вдоль L, $0 \leqslant s \leqslant S$, и L проходит через точку $x = (u^1(0), u^2(0), \ldots, u^{2n}(0))$ в направлении единичного вектора $\overline{t} \in T_xF^{2n}$. Используя деривационные уравнения для F^{2n} вдоль ее полосы, найдем абсолютную производную в связности $(\nabla \oplus \nabla^\perp)$ Вандер-Вардена–Бортолотти от векторного поля $\overline{u}(s) = \overline{u}(x(s))$ вдоль кривой $L \subset F^{2n}$, где ∇ — связность Леви–Чивиты на F^{2n}, а $\nabla^\perp$ — нормальная связность, и возьмем проекцию этой производной на N_xF^{2n} в точке $x \in L \subset F^{2n}$. В результате получим вектор $G(x, \overline{t}) = \varphi_0^{-1/2} \sum_{\sigma=2n+1}^{2n+2} (a^i\omega_i^\sigma + dc^\sigma + c^\beta\omega_\beta^\sigma)\overline{e}_\sigma$, где $\varphi_0 = g_{ij}\omega^i\omega^j = ds^2$. Следуя [1], величину $G^* = |\overline{G}(x, \overline{t})|$ назовем *G^*-кручением комплексного многообразия $\mathcal{F}^n$ в точке $x \in F^{2n}$ в направлении $\overline{t} \in T_xF^{2n}$*, а деформации F^{2n} в $\mathbf{E}^{2n+2}$, для которых $G^* = 0$ при любых $x \in F^{2n}$ и любом $\overline{t} \in T_xF^{2n}$, будем называть *деформациями с нулевым G^*-кручением комплексного многообразия $\mathcal{F}^n$*. По построению величина G^* является инвариантом нормального оснащения NF^{2n} на F^{2n}. При $G^* = 0$ на F^{2n} получается система дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций a^i $(i = 1, 2, \ldots, 2n)$, c^σ $(\sigma = 2n+1, 2n+2)$, тип которой определяется не только метрическими, но и внешне-геометрическими свойствами самой поверхности F^{2n}.

Точку $x_0 \in \mathcal{F}^n$ назовем *точкой защемления относительно деформации комплексного многообразия $\mathcal{F}^n$ с полем смещения $\overline{u}$*, если нормальная составляющая $\overline{u}_n$ вектора $\overline{u}$ в точке x_0 равна нулю. Если x_0 — точка защемления относительно любой такой деформации, то будем говорить, что $\mathcal{F}^n$ защемлено в этой точке.

Теорема. *Если $\mathcal{F}^n = (F^{2n}, \Sigma)$ — компактное комплексное многообразие, $n \geqslant 1$, защемлено в некоторой точке $x_0 \in F^{2n}$, то оно не допускает деформаций с нулевым G^*-кручением, отличных от тождественного.*

Доказательство следует из того, что точки защемления для $\mathcal{F}^n$ соответствуют нулям голоморфной функции n комплексных переменных z_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ [1], и из принципа максимума (см. [2, гл. II]) для голоморфных функций, заданных на n мерном комплексном многообразии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зубков А. Н.* Деформации n мерных комплексных многообразий $\mathcal{F}^n$ в $\mathbf{E}^{2n+2}$, $n \geqslant 1$, с нулевым G^*-кручением при условии их защемления. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2011, т. 14, в. 3, с. 438–439.
2. *Шабат Б. В.* Введение в комплексный анализ. Ч. II. М.: Наука, 1976, 400 с.
3. *Зубков А. Н.* Теория инвариантов нормального оснащения m-мерных полос на подмногообразиях F^m евклидова пространства $\mathbf{E}^n$, $n > m$, и ее системное применение в теории многомерных поверхностей. Ростов-на-Дону: Издательский центр ДГТУ, 2009, 311 с.