ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2012

А. Н. Голиков (Таганрог, ФГБОУ ВПО ТГПИ). **Компьютерный кусочно-полиномиальный метод приближения функций двух переменных, частных производных и двойных интегралов по кольцевому сектору.**

На кусочно-полиномиальной основе приближается функция $z = f(x,y)$, где $(x,y,z) \in G_C \subset \mathbf{R}^3$, определенная и непрерывная в замкнутом наименьшем кольцевом секторе G_C, ограниченном дугами окружностей с центром $C(x_C, y_C)$, радиусами R_1 и R_2, $R_1 < R_2$, а также прямыми $y = (x - x_C)\operatorname{tg}\varphi_1 + y_C$ и $y = (x - x_C)\operatorname{tg}\varphi_2 + y_C$. С этой целью вводятся полярные координаты ρ, φ, где $x = \rho\cos\varphi$, $y = \rho\sin\varphi$, в которых исходная область G_C имеет прямоугольный вид, $\widetilde{G}_C = \{(\rho,\varphi) \,|\, \rho \in [R_1, R_2], \varphi \in [\varphi_1, \varphi_2]\}$. Область $\widetilde{G}_C$ покрывается такими равновеликими прямоугольными подобластями G_k, что $\widetilde{G}_C = \cup_{k=0}^{2^{k_1}2^{k_2}} G_k$, $G_k \cap G_m = \varnothing$ при $k = m$, где $k_1, k_2 = 0, 1, 2, \ldots$ Каждая подобласть G_k дополнительно разбивается своей диагональю на две треугольные подобласти: G_k^u, расположенную выше диагонали, и G_k^d, расположенную ниже диаагонали. В каждой подобласти G_k^u, G_k^d в узлах, расположенных с равным шагом вдоль координатных осей, строится интерполирующий полином Ньютона двух переменных, который с использованием матричной схемы Ромма [1] преобразуется к виду

$$P_{k,N}^s = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N-i} a_{k,i,j}^s t^i u^j, \tag{1}$$

где $t = (\varphi - \varphi_k)/h_\varphi$, $u = (\rho - \rho_k)/h_\rho$, (ρ_k, φ_k) — начальный узел интерполяции в G_k^u и G_k^d соответственно, h_φ, h_ρ — шаги интерполяции вдоль соответствующих осей, $s = \{d, u\}$ — индекс, указывающий на подобласть. Полином (1) используется для аппроксимации функции $f(x,y)$, его частные производные и двойные интегралы — для аппроксимации соответствующих частных производных и двойных интегралов от функции $f(x,y)$ по области G_C. При этом полином (1) вычисляется по схеме Горнера. Степень N полинома (1) и величины k_1, k_2, определяющие число подобластей G_k, выбираются алгоритмически так, чтобы абсолютная погрешность аппроксимации функции в априори заданных проверочных точках в каждой подобласти не превосходила априори заданного значения.

Фактическая абсолютная погрешность аппроксимации такого метода не превосходит для функций 10^{-18}, для частных производных первого порядка — 10^{-16}, для прямых частных производных второго порядка — 10^{-13}, для смешанной частной производной второго порядка — 10^{-9}, для двойных интегралов — 10^{-17}.

Работа поддержана Федеральной Целевой Программой по договору № 7.1398.2011.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Romm Ya. E.* Sorting-based localization and stable computation of zeros of a polynomial. I. — Cybernetics and Systems Analysis, 2007, v. 47, p. 139–154.