ОБОЗРЕНИЕ

ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 5

2012

Н. А. К о л о д и й, **Т. И. К** о л о д и й (Волгоград, ВолГУ, ФГУП «НИИ ГТП»). Вероятностная модель «Концентрация—доза», управляемая фрактальным броуновским движением.

Проблема развития теории канцерогенного риска имеет важное значение для прогнозирования последствий влияния на здоровье людей неблагополучной экологической обстановки [1].

Для описания различных процессов (в т. ч. биофизических) применяются математические модели, основанные на предположениях стационарности последовательностей данных. Фрактальное броуновское движение (ФБД) является процессом со стационарными приращениями и, в отличие от винеровского процесса, пригоден для описания процессов, характеризуемых «долгой памятью» (см., например, [2]). На основании исследований применения стохастического моделирования процессов биометрики, в том числе, процессов возникновения и развития онкологических заболеваний (см. [3-5]) мы можем полагать, что для описания процессов канцерогенеза также следует развивать и применять теорию стохастических дифференциальных уравнений управляемых Φ БД.

Работа, представленная данным докладом, посвящена построению и исследованию стохастических моделей влияния канцерогенных веществ на организм человека и развитие теории канцерогенного риска. Пусть для каждого момента t жизни человека C(t) — концентрация вещества в окружающей среде, X(t) — доза вещества в органе, учитывая существующие модели зависимости «Концентрация—доза» и применяя интуитивные соображения о характере случайных возмущений, действующих на процесс проникновения вещества в орган, получаем, что $(X(t))_{t\geqslant 0}$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению под управлением ФБД:

$$X(t) = (T(t, C(t)) - \Lambda(t, C(t)))X(t) dt + \sigma_1(t)X(t) dW(t) + \sigma_2(t)X(t) dB(t),$$

где $B=(B(t))_{t\geqslant 0}$ — фрактальное броуновское движение с показателем Харста $H\in [1/2,1]$, $W=(W(t))_{t\geqslant 0}$ — стандартный винеровский процесс. Функция T(t,C(t)) определяет интенсивность токсической нагрузки, а $\Lambda(t,C(t))$ — интенсивность компенсаторного торможения (способность выведения вещества органом).

В докладе представлены результаты моделирования и статистического анализа параметров данной модели при различных предположениях о наблюдениях и характере зависимости коэффициентов уравнения рассматриваемой модели от дозы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[©] Редакция журнала «ОПиПМ», 2012 г.

- 2. Mishura~Y.~S. Stochastic calculus for fractional brownian motion and related processes. Springer, 2008, 350 p.
- 3. Колодий А. М., Колодий Т. И. Статистика стохастических моделей канцерогенеза. В сб.: Стохастические и оптимизационные модели в задачах динамики (Поспеловский сборник)./ Под ред. А. А. Воронина. Волгоград: ВолГУ, 2011, с. 178–224.
- 4. Mebust M., Crawford-Brown D., Hofmann W., Schollnberger H. Testing extrapolation of a biologically based exposure-response model from in vitro to in vivo condition. Reg. toxic. and pharm., 2002, v. 35, p. 72–79.
- 5. Колодий Н. А., Колодий Т. И. Вероятностная модель канцерогенеза для системы из L органов. Обозрение прикл. и промыьшл. матем., 2010, т. 17, в. 3, с. 424–425.