ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2012

М. В. Ладошкин (Саранск, Мордовский государственный педагогический институт). **Алгоритм использования топологической техники при построении модели волнового процесса.**

Целью доклада является изучение алгоритма применения средств топологии при описании волнового процесса. Мы будем рассматривать одну из моделей волнового процесса, а именно распространение волн распространение волн на поверхности жидкого диэлектрика с постоянной диэлектрической проницаемостью, находящегося на слое диэлектрической пористой среды, насыщенной жидкостью. Полученная в результате моделирования данного процесса система является системой дифференциальных линейных уравнений второго порядка (поскольку такова степень производной в операторе Лапласа). Можно считать, что решение данного уравнения будет находиться в пространстве функций от 5 переменных, причем из общих соображений как решение дифференциального уравнения, оно будет являться многообразием.

На современном этапе развития топологии следующим шагом является рассмотрение цепного комплекса для данного многообразия. Таких цепных комплексов можно построить бесконечно много, однако все они будут гомотопически эквивалентны. Поэтому в качестве примера можно выбрать симплициальный цепной комплекс многообразия. Для его конструирования можно воспользоваться как симплициальным разбиением многообразия решений на треугольники (причем возможно использовать любое такое разбиение), так и общетопологическими методами, с помощью симплициальных множеств. С каждым симплициальным объектом можно связать симплициальный комплекс, определяя дифференциал в нем как альтернированную, то есть взятую с учетом знаков, сумму граней. Так все цепные комплексы топологического многообразия будут гомотопически эквивалентны, то для него можно использовать любой такой комплекс, в том числе и построенный нами. Вычисляя гомологии полученного цепного комплекса, можно сказать, что равенство нулю каких-либо из них означает отсутствие подмногообразий соответствующей размерности, на которых нарушались бы условия однозначности и аналитичности решения. В частности, группа гомологий $H_0(C)$ отвечает за наличие или отсутствие особых точек, причем, в случае, если $H_0(C) \neq 0$, а $H_1(C) = 0$, то все особые точки многообразия решения будут изолированными, причем их число будет совпадать с порядком группы $H_0(C)$. Аналогично, если $H_1(C) \neq 0$, а $H_1(C) = 0$, то на многообразии имеются изолированные (возможно, пересекающиеся), кривые особых точек, и так далее. Наличие кривой особых точек свидетельствует о наличии характеристик процесса, при непрерывном изменении некоторых из которых процесс неадекватно описывается построенной системой дифференциальных уравнений (точнее, найденные решения системы не определяют собственно волну единственным образом). Отсюда следует вывод о том, что для адекватной модели волнового процесса такого рода ситуаций быть не должно. Таким образом, использование топологии является одним из методов проверки адекватности модели поведения волны.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг.», ГК № 1113 от 02.06.2010.