

А. Л. Нагоров, С. А. Бутенков (Нальчик, КБГУ, Таганрог, ЮФУ). **Общий подход к моделированию физических процессов на гранулах.**

В последние годы для решения широкого круга задач, ранее традиционно относящихся как к интеллектуальным, так и численным, предложено применять универсальную методологию теории информационной грануляции (ТИГ) [1]. На ее основе развит математический аппарат грануляции многомерных данных, который позволил построить ряд качественно новых математических моделей, в частности, для сред фрактальной структуры [2].

В работе, представленной данным докладом, вводится математический аппарат, общий для выполнения операций интегрирования и дифференцирования, позволяющий получить решения физических задач на гранулах.

Основой методологии служит интегральная формула Коши, которая связывает (для обычных функций) операторы интегрирования и дифференцирования в виде

$${}_a f^{(-n)}(x) = \int_a^x d\lambda \int_a^\lambda d\theta \cdots \int_a^\gamma f(t) dt = \frac{1}{(n-1)!} \int_a^x (x-t)^{n-1} f(t) dt. \quad (1)$$

Для операторов дробного порядка в [3] используется обобщение (1) в виде дифференциалов произвольного порядка $\mu > 0$:

$${}_a f_\mu(x) = {}_a f^{(-\mu)}(x) = \frac{1}{\Gamma(\mu)} \int_a^x (x-t)^{\mu-1} f(t) dt. \quad (2)$$

В общем виде для дифференциала произвольного порядка ν на основании (2) можно записать

$${}_a f^{(\nu)}(x) \equiv \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_a^x (x-t)^{-\nu-1} f(t) dt, & \nu < 0, \\ \frac{1}{\Gamma(-\nu)} D_x \int_a^x (x-t)^{-\nu} f(t) dt, & 0 \leq \nu < 1, \\ \frac{1}{\Gamma(2-\nu)} D_x^2 \int_a^x (x-t)^{-\nu+1} f(t) dt, & 1 \leq \nu < 2, \end{cases} \quad (3)$$

В дифференциалах (3) интегрирование выполняется от постоянного нижнего предела до переменного верхнего (левосторонние операторы). Согласно результатам [3], можно ввести их правосторонние аналоги:

$${}_b f^{(\nu)}(x) \equiv \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_x^b (t-x)^{-\nu-1} f(t) dt, & \nu < 0, \\ \frac{1}{\Gamma(1-\{\nu\})} (-D_x)^{[\nu]+1} \int_x^b (t-x)^{-\{\nu\}} f(t) dt, & \nu \geq 0. \end{cases}$$

Введенные обобщенные формы представления дифференциалов позволяют обобщить ранее известные результаты в области дробного исчисления [3] и получить

структуры типовых схем решения физических задач, которые могут использоваться как для классических моделей процессов переноса, так и для моделей переноса в средах сложной структуры (пористых, фрактальных) [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бутенков С. А.* Алгебраические модели в задачах интеллектуального анализа многомерных данных. — В сб.: Труды международной научно-технической конференции: Математическая теория систем 2009 (МТС-2009). Москва, 26–30 января 2009, с. 93–101.
2. *Нагоров А. Л.* Интеллектуализация моделирования физических процессов переноса. — В сб.: Труды Конгресса по интеллектуальным технологиям IS-IT'12, т. metricconverterProductID3, М3. М.: Физматлит, 2012, с. 234–239.
3. *Нахушев А. М.* Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003, 272 с.