ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2
2013

А. В. Волгин (Москва, ТВП). **Оценка скорости сходимости в многомерной центральной предельной теореме для локально зависимых векторов с растущим числом координат.**

В [1] рассматривается оценка скорости нормальной аппроксимации суммы локально зависимых случайных векторов $\overline{W} = \sum_{i=1}^{n} \overline{X}_i$, $\overline{X}_i \in \mathbf{R}^d$. Предполагается, что слагаемые ограничены так, что $|\overline{X}_i| \leqslant B$, $i = 1, 2, \ldots, n$, где $|\cdot|$ обозначает сумму абсолютных значений координат вектора (или элементов матрицы), B — некоторая константа. Под локальной зависимостью подразумевается существование таких декомпозиций

$$\overline{W} = \overline{U}_i + \overline{V}_i, \quad \overline{W} = \overline{R}_i + \overline{T}_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, n, \tag{1}$$

что $|\overline{U}_i| \leqslant A_1$, $|\overline{R}_i| \leqslant A_2$, $i = 1, 2, \ldots, n$, для некоторых констант $A_1 \leqslant A_2$. В качестве меры аппроксимации нормальным распределением рассматривается величина $\Delta = \sup_{A \in \mathcal{A}} |\mathbf{P}\{\overline{W} \in A\} - \mathbf{P}\{\overline{Z} \in A\}|$, где $\overline{Z}$ — случайный вектор, имеющий d-мерное стандартное нормальное распределение, $\mathcal{A}$ — класс всех измеримых выпуклых подмножеств $\mathbf{R}^d$.

Теорема 1 [1]. *Пусть* $\overline{W} = \sum_{i=1}^{n} \overline{X}_i$ *представляется в виде декомпозиций* (1), I *— единичная матрица над полем* $\mathbf{R}$ *размеров* $d \times d$, $\chi_1 = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{E}\,|\mathbf{E}\,(\overline{X}_i|\overline{V}_i)|$, $\chi_2 = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{E}\,|\mathbf{E}\,(\overline{X}_j \overline{U}_j^T) - \mathbf{E}\,(\overline{X}_j \overline{U}_j^T|\overline{T}_j)|$, $\chi_3 = |I - \sum_{i=1}^{n} \mathbf{E}\,(\overline{X}_j \overline{U}_j^T)|$. *Тогда существует такая константа* c, *зависящая от размерности векторов* d, *что*

$$\Delta \leqslant c[aA_2 + naA_1A_2B(|\ln A_2B| + \ln n) + \chi_1 + (|\ln A_1B| + \ln n)(\chi_2 + \chi_3)],$$

где $a \leqslant \sqrt{2d}$.

Оценка величины Δ в теореме 1 приводится в условиях фиксированной размерности векторов $d \equiv \mathrm{const} \in \mathbf{N}$ и роста числа слагаемых $n \to \infty$. В данном случае явный вид зависимости величины c от размерности d не имеет значения.

В докладе рассматривается задача оценки величины Δ при условии одновременного роста размерности векторов и числа слагаемых $d, n \to \infty$. Предлагается подход, который основан на уточнении явного вида зависимости величины Δ от размерности d. В качестве приложения рассматривается условие сходимости к многомерному стандартному нормальному распределению суммы m зависимых случайных векторов при условии их попарной независимости.

Теорема 2. *В условиях теоремы* 1

$$\begin{aligned}\Delta \leqslant\ & 3(2\pi)^{d/2}aA_2 + d(2\pi)^{d/2}naA_1A_2B(\ln|17(2\pi)^{d/2}A_1A_2B| + \ln n) \\ & +2d\chi_1 + d(d+1)(\ln|17(2\pi)^{d/2}A_1A_2B| + \ln n)(\chi_2 + \chi_3).\end{aligned}$$

Пусть $\overline{W}$ является суммой попарно независимых случайных векторов с нулевым средним и единичной ковариационной матрицей. При этом в декомпозиции (1): $\overline{U}_i =$

$\overline{X}_i+\overline{X}_{i+1}+\dots+\overline{X}_{i+m}$, $\overline{R}_i=\overline{X}_i+\overline{X}_{i+1}+\dots+\overline{X}_{i+2m}$, $i=1,2,\dots,n-2m$, $B=d/\sqrt{n}$, $A_1=dm/\sqrt{n}$, $A_2=2dm/\sqrt{n}$. Тогда справедлива следующая теорема.

Теорема 3. *Пусть* $d,m,n\to\infty$ *так, что* $(2\pi)^{d/2}d^{9/2}m^2\ln n/\sqrt{n}\to 0$. *Тогда случайный вектор* $\overline{W}$ *сходится по распределению к стандартному нормальному закону.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rinott Y.*, *Rotar V. I.* A multivariate CLT for local dependence with $n^{-1/2}\log n$ rate and applications to multivariate graph related statistics. — J. Multivar. Anal., 1996, v. 56, p. 333–350.