

А. В. Доброславский (Подольск, РОНЦ МГОУ). Расчетная модель определения напряжений в неоднородных конструкциях.

В современной технике часто возникают задачи определения напряжений в таких неоднородных по составу конструкциях, как паяная конструкция теплообменника (см. рис.).

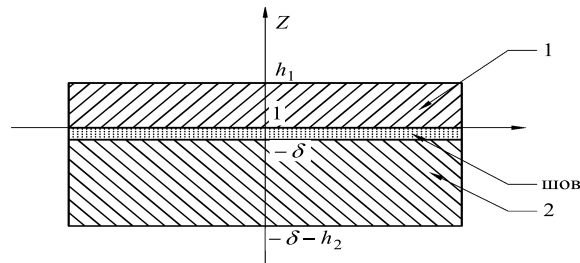


Рис. Расчетная модель паяной конструкции

При изготовлении рассчитываемого теплообменника крышка {1} из монокристалла кремния припаивается к охлаждающей решетке теплообменника {2} из карбида кремния припоем ПСр62 при температуре $T = 500^\circ \text{C}$. Зачастую при этом возникают кольцевые трещины, появление которых обусловлено неоднородным термонапряженным состоянием конструкции. В качестве расчетной модели примем трехслойную пластину, равномерно нагретую по всему объему. Для каждого из слоев примем гипотезу о неискривляемости нормалей. Полагаем, что слои пластины не надавливают друг на друга ($\sigma_z = 0$). Прогиб слоя упругой изотропной однородной пластины на расстоянии Z от базовой поверхности определяется по формуле $W_i(Z) = W_1 + W_2 + W_3$ или

$$W_i(Z) = W_{i0} - \left[Z(\varepsilon_r^0 + \varepsilon_t^0) + \frac{Z^2}{2}(K_r^0 + K_t^0) \right] \frac{\lambda_i}{\lambda_i + 2\nu_i} + \alpha_i(T_i - T_{i0}) \frac{3\lambda_i + 2\nu_i}{\lambda_i + 2\nu_i} Z, \quad (1)$$

где i — номер слоя, W_{i0} — перемещение базовой поверхности ($Z = 0$) в направлении нормали, $\varepsilon_r^0, \varepsilon_t^0$ — радиальная и окружная компоненты деформации, K_r^0, K_t^0 — главные кривизны базовой поверхности, T_i, T_{i0} — температуры i -го слоя и базовой поверхности, λ_i, ν_i — коэффициенты Лямэ в соотношениях термоупругости [1].

С учетом уравнений равновесия, упругости и деформаций при температурном

воздействии имеем следующие зависимости для внутренних силовых факторов:

$$\begin{aligned}
 N_r &= \Phi_1 \varepsilon_r^0 + \Phi_2 \varepsilon_t^0 + \frac{B_1}{2} K_r^0 + \frac{B_2}{2} K_t^0 - N_T, \\
 N_t &= \Phi_2 \varepsilon_r^0 + \Phi_1 \varepsilon_t^0 + \frac{B_2}{2} K_r^0 + \frac{B_1}{2} K_t^0 - N_T, \\
 M_r &= \frac{B_1}{2} \varepsilon_r^0 + \frac{B_2}{2} \varepsilon_t^0 + \frac{D_1}{3} K_r^0 + \frac{D_2}{3} K_t^0 - M_T, \\
 M_t &= \frac{B_2}{2} \varepsilon_r^0 + \frac{B_1}{2} \varepsilon_t^0 + \frac{D_2}{3} K_r^0 + \frac{D_3}{3} K_t^0 - M_T,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где Φ_i, B_i, D_i ($i = 1, 2$) — параметрические функции коэффициентов Лямэ, изменяющиеся по нормали слоя в зависимости от температуры, определяемые по формулам из работы [2].

Интегрируя (2), с учетом (1) находим $\varepsilon_r^0, \varepsilon_t^0, K_r^0, K_t^0$.

Приведем результаты расчетов реальной конструкции (исходные данные приведены в таблице). При нагреве до 500°C в монокристаллической пластине возникают растягивающие напряжения $\sigma_t^{(1)} = 40$ МПа, $\sigma_r^{(1)} = 25$ МПа. Температурные напряжения линейно зависят от температуры, следовательно, при пайке в условиях $t = 500^\circ\text{C}$ в монокристалле кремния возникает двухосное сжатие, что вполне может привести к зарождению трещины.

Таблица. Исходные данные к расчету

	Материал слоя	E — модуль упругости, ГПа	μ — коэффициент Пуассона	α — КТЛР, 10^{-6}K^{-1}	Толщина, мм
Слой 1	Монокристалл кремния	150	0,266	3,0	2
Слой 2	Карбид кремния	380	0,25	4,2	20
Шов	Припой ПСр62	30	0,3	19,5	0,5

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Новацкий В.* Теория упругости. М.: Мир, 1975.
2. *Бутко А. М., Кулиев В. Д., Новичков Ю. Н., Преображенский И. Н.* Стохастическая термомеханика многослойных конструкций. М.: Машиностроение, 1992.