ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2
2013

Д. С. Симушкин (Казань, КПФУ). **О точности эмпирических оценок d-апостериорного риска.**

Пусть в эксперименте наблюдается нормальная $(\theta, 1)$ случайная величина X, параметр θ есть реализация абсолютно-непрерывной случайной величины с плотностью $g(\theta)$ относительно меры Лебега. Риск статистического правила, принимающего решение в пользу гипотезы $H_0 : \theta < \theta_0$ (против $H_1 : \theta \geqslant \theta_0$), если $X < C$, равен

$$R_0(C; g) = \frac{1}{F_g(C)} \int_{\theta_0}^{\infty} \Phi(C - \theta) g(\theta)\, d\theta,$$

где $\Phi(x)$ — функция распределения стандартного нормального закона, $F_g(C)$ — безусловная вероятность принятия гипотезы H_0. Критическая константа $C = C_\alpha(g)$ определяется из уравнения $R_0(C; g) = \alpha$.

В ситуациях, когда имеется архивный материал $X^k = (x_1, \ldots, x_k)$ (например, при контроле качества устоявшегося производства или в биологических экспериментах с большим числом наблюдаемых генов, [1]), можно построить состоятельную оценку $g_k(\theta;\, X^k)$ априорной плотности g (см., например, [2]). В сообщении изучается влияние скорости сходимости этой оценки на величину риска R_0 и константы C_α.

Теорема. *Пусть оценка $g_k(\theta; X^k)$ такова, что при некотором $v_k \to \infty$ нормированное расхождение $v_k \|g_k(\theta; X^k) - g(\theta)\|_{L_1} \to 1$ относительно безусловного распределения F_g. Тогда относительно безусловного распределения (при $k \to \infty$)*

i) $\sup_C |R_0(C; g_k) - R_0(C; g)| = O(v_k^{-1})$;

ii) $|C_\alpha(g_k) - C_\alpha(g)| = O(v_k^{-1})$.

Проводится численное сравнение некоторых оценок g_k на ряде конкретных вероятностных моделей. В частности, предлагается ширину окна ядерной оценки выбирать из условия близости оценки безусловного распределения $F_n(C) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(C - t) g_k(t) dt$ к эмпирической функции распределения наблюдений X^k.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Efron B.* Large-Scale Inference. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2010.
2. *Bogdan M.*, *Chakrabarti A.*, *Frommlet F.*, *Ghoch J. K.* Asymptotic bayes-optimality under sparsity of some multiple testing procedures. — Ann. Statist., 2011, v. 39, № 3, p. 1551–1579.

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2013 г.