ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 3
2013

А. А. Воротов (Санкт-Петербург, СПбГУ). **О марковости времени пребывания для цепей Маркова с непрерывным временем.**

Пусть $X(t)$ — однородная марковская цепь с дискретным пространством состояний $\mathbf{A}$ и непрерывным временем. $X(t)$ можно рассматривать как случайное блуждание на некотором графе Γ. Обозначим $\tau(v)$ время пребывания процесса $X(t)$ в состоянии v до экспоненциального момента θ. Рассмотрим условные меры P_{ab}, фиксирующие начало и конец траектории ($X(0)=a$, $X(\theta)=b$).

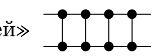
Вершина $v \in \mathbf{A}$ называется *необходимой*, если при удалении v и всех инцидентных ей ребер граф Γ распадается на $N>1$ компонент связности $A_1, A_2, \ldots, A_N$. Под марковостью поля времени пребывания понимается независимость относительно условных мер P_{ab} значений τ на множествах $A_1, \ldots, A_N$ при фиксированном значении $\tau(v)$.

В работах [1–3] марковское свойство было проверено для случайного блуждания по произвольному дереву. На самом деле это утверждение верно и в общем случае.

Теорема 1. *В любой необходимой вершине v графа Γ поле τ марковское.*

Аналогично можно рассматривать и марковость относительно совокупности вершин $\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$. В [4] рассматривается блуждание по многоугольнику как пример процесса, для которого время пребывания относительно двух вершин не марковское. Однако, если одна из вершин v_1, v_2 необходимая, то поле τ, очевидно, будет марковским. Оказывается, это единственный случай, когда время пребывания марковское.

Теорема 2. *Пусть поле τ марковское в вершинах $\{v_1, v_2\}$, в совокупности являющихся необходимыми. Тогда одна из этих вершин сама является необходимой.*

Для некоторых графов марковость τ можно понимать и иными способами. Рассмотрим, например, блуждание по графу, называемому «лестницей» . Пары «верхняя–нижняя» вершины назовем *уровнями* «лестницы». Интересен вопрос о марковском свойстве времени пребывания на уровнях «лестницы». К сожалению, ответ на этот вопрос отрицательный.

Теорема 3. *Случайный процесс времени пребывания на уровнях «лестницы» не марковский.*

Таким образом, марковость времени пребывания, даже при различных подходах к ее пониманию, определяется тем, одну или несколько необходимых вершин рассматривать.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Валландер С. С.* Времена пребывания для счетных цепей Маркова. II. Цепи с непрерывным временем. — Записки научн. семинаров ЛОМИ, 1983, т. 130, с. 56–64.

2. *Валландер С. С.* Времена пребывания для счетных цепей Маркова. III. Цепи на дереве с одной точкой ветвления. — Записки научн. семинаров ЛОМИ, 1985, т. 142, с. 25–38.
3. *Валландер С. С.* Времена пребывания для счетных цепей Маркова. IV. Цепи на произвольном дереве. — Записки научн. семинаров ЛОМИ, 1987, т. 158, с. 39–45.
4. *Валландер С. С.* Некоторые свойства времен пребывания и переходов для счетных цепей Маркова. — Тезисы докладов Четвертой Международной Вильнюсской конференции по теории вероятностей и математической статистике, 1985, т. 1, с. 116–118.