ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 5
2013

Ю. Н. Горелов, В. Е. Юрин (Самара, ИПУСС РАН, ГНПРКЦ «ЦСКБ–Прогресс»). **Об оптимальном управлении переориентацией космического аппарата при перенацеливании аппаратуры зондирования.**

Рассматривается задача управления переориентацией космического аппарата (КА) на интервале $[t_0, t_f]$ перенацеливания его аппаратуры зондирования в том случае, когда задаются произвольные граничные условия для кинематических характеристик углового движения КА, уравнения для которых имеют следующий вид: $d\sigma/dt = \widetilde{\omega} + f_\sigma$, $d\widetilde{\omega}/dt = Bu + f_\omega$, где σ — вектор параметров ориентации, $\widetilde{\omega}$ — вектор угловой скорости, $f_\delta = f_\delta(t, \sigma, \widetilde{\omega})$ $(\delta = \sigma, \widetilde{\omega})$ — функции, обусловленные нелинейными членами. Маневр задан граничными условиями: $\sigma(t_0) = \sigma_0$, $\widetilde{\omega}(t_0) = \widetilde{\omega}_0$, $\sigma(t_f) = \sigma_f$, $\widetilde{\omega}(t_f) = \widetilde{\omega}_f$, где $\sigma_0, \sigma_f, \widetilde{\omega}_0, \widetilde{\omega}_f$ — некоторые константы. Предполагается, что управления удовлетворяют ограничениям $\|u(\tau)\|_\mu \leqslant 1$ для всех $\tau \in [t_0, t_f]$, $\mu = 2, \infty$, где $\|u(\tau)\|_2 = \sqrt{u_1^2(\tau) + u_2^2(\tau) + u_3^2(\tau)}$, $\|u(\tau)\|_\infty = \max_{n=1,2,3} |u_n(\tau)|$.

В [1] предложен метод последовательных приближений для синтеза оптимальных программ управления в рассматриваемой задаче, базирующийся на применении простой одношаговой итерации [2]. При построении приближений рассматривается система

$$\frac{dx}{dt} = Ax + \widetilde{B}u + \widetilde{f}(t), \tag{1}$$

где $x = \mathrm{col}\,(\sigma, \widetilde{\omega})$, $A = \mathrm{diag}\,(I_3, I_3)$, $\widetilde{B} = \binom{0_{3\times 3}}{B}$, $\widetilde{f} = \mathrm{col}\,(\widetilde{f}_\sigma, \widetilde{f}_\omega)$, а $\widetilde{f}(t) = f(t, x(t))$. Граничные условия для системы (1) имеют вид $x(t_0) = x_0$, $x(t_f) = x_f$.

Начальное приближение получается из решения задачи оптимального управления с функционалом типа нормы в L_q $(1 \leqslant q \leqslant \infty)$ для $u[t_0, t_f]$ при $\widetilde{f}_\delta(t) \equiv 0$, $\delta = \sigma, \omega$, для системы $dx^{(0)}/dt = Ax^{(0)} + \widetilde{B}u^{(0)}(t)$, где $u^{(0)}(t)$ — оптимальное управление. Последующие приближения суть решения задач оптимального управления, получаемые с учетом тех же граничных условий и с тем же функционалом для систем вида

$$\frac{dx^{(k)}}{dt} = Ax^{(k)} + \widetilde{B}u^{(k)}(t) + \widetilde{f}^{(k-1)}(t), \qquad k = 1, 2, 3, \ldots, \tag{2}$$

где $\widetilde{f}^{(k-1)}(t) = \widetilde{f}^{(k-1)}(t, x^{(k-1)}(t))$, а $u^{(k)}(t)$ — оптимальные управления. Эффективность решения рассматриваемой задачи оптимальной переориентации КА во многом зависит от эффективности решения задач оптимального управления для систем (2). В связи с этим здесь рассматриваются варианты решения задач управления, которые являются опорными задачами управления для рассматриваемого метода последовательных приближений.

В связи с решением задачи оптимальной переориентации КА при перенацеливании аппаратуры зондирования наибольший интерес представляет решение опорных задач управления для (2) как взаимных к задаче на быстродействие. В этом случае следует минимизировать функционалы $\|u(\cdot)\|^{(\mu)}_{L_\infty} = \mathrm{vrai}\max_{\tau \in [t_0, t_f]} \|u(\tau)\|_\mu$, $\mu = 2, \infty$, т. е. минимизировать при $\mu = 2$ — максимальное значение модуля вектора управления, при $\mu = \infty$ — абсолютные величины его компонент. Опорные задачи управления сводятся к проблемам моментов в L_1, которые решаются при помощи принципа максимума Н. Н. Красовского [3], в рамках которого они сводятся к решению следующих задач [3]: во-первых, к задаче нахождения минимального элемента $h_0(\tau) = \mathrm{col}\,[h_{10}(\tau), h_{20}(\tau), h_{30}(\tau)]$ с нормой $\rho_0 = \|h_0(\cdot)\|_{L_1}^{(\nu)} > 0$; во-вторых, для полученного $h_0(\tau)$ — к задаче синтеза оптимального управления из условий

$$\max_{u_n,\, n=1,2,3} \int_{t_0}^{t_f} \sum_{n=1}^{3} h_{n0}(\tau)\widetilde{u}_n(\tau)\, d\tau = 1, \qquad \max_{\tau\in[t_0,t_f]} \|\widetilde{u}(\tau)\|_\mu = 1/\rho_0, \quad 1/\nu + 1/\mu = 1, \quad (3)$$

где $\widetilde{u}_n(\tau)$ $(n = 1, 2, 3)$ — оптимальные управления. Нормы минимальных элементов ρ_0 вычисляются по формулам $\rho_0 = \int_{t_0}^{t_f} [\sum_{n=1}^{3} |h_{n0}(\tau)|^\nu]^{1/\nu}\, d\tau$, $\nu = 1, 2$.

Вначале рассмотрим решение опорной задачи управления для $\mu = 2$. Очевидно, что $\rho_0^2 = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{n=1}^{3} h_{n0}^2(\tau)\, d\tau$, $\sum_{n=1}^{3} \widetilde{u}_n^2(t) = 1/\rho_0^2$ для всех $t \in [t_0, t_f]$. Из условия максимума интеграла в (3) для оптимального управления получим

$$\widetilde{u}(t) = \frac{1}{\rho_0} \frac{h_0(t)}{\|h_0(t)\|_2} \quad \text{для всех} \quad t \in [t_0, t_f] \quad (4)$$

или $\widetilde{u}_n(t) = \rho_0^{-1} h_{n0}(t)/\|h_0(t)\|_2$, $n = 1, 2, 3$, для всех $t \in [t_0, t_f]$.

Рассматривая ту же задачу для $\mu = \infty$, отметим, что в отличие от случая для $\mu = 2$, компоненты оптимального управления здесь можно получить независимо друг от друга, так как системы (2) представляют собой прямые суммы двойных интеграторов, которые описывают угловое движение КА по соответствующим каналам управления его ориентацией. В общем случае, применяя принцип максимума Н. Н. Красовского, для одного из каналов управления ориентацией КА с номером $n_0 = \arg\min_{n=1,2,3}\{\rho_n\}$, где $\rho_n = \|g_{n0}(\cdot)\|_{L_1}$ — норма минимального элемента (для канала управления с номером n), получим доставляющее минимум функционалу $J_n = \|u_n(\cdot)\|_{L_\infty}$ оптимальное управление, для которого выполняются условия $|\widetilde{u}_{n_0}(t)| = \rho_{n_0}^{-1} > |\widetilde{u}_n(t)|$, $n = 1, 2, 3$, $n \neq n_0$, для всех $t \in [t_0, t_f]$. Очевидно, что в этом случае $\rho_0 = \rho_{n_0} = \min_{n=1,2,3}\{\rho_n\}$, где $\rho_0 = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{n=1}^{3} |h_{n0}(\tau)|\, d\tau$, так как имеет место $\max_{\tau\in[t_0,t_f]} \max_{n=1,2,3} |\widetilde{u}_n(\tau)| = 1/\rho_0$. Исключая из рассмотрения канал управления с номером n_0, далее можно аналогичным образом получить оптимальные управления для остальных каналов управления. В конечном счете, искомое управление имеет следующий вид:

$$\widetilde{u}_n(t) = \frac{1}{\rho_n} \mathrm{sign}\, g_{n0}(t), \; n = 1, 2, 3, \; \text{для всех } t \in [t_0, t_f]. \quad (5)$$

Решения опорных задач управления (4) и (5) доставляют алгоритмы эффективного решения задачи оптимальной переориентации КА изложенным методом последовательных приближений.

Исследование проведено при поддержке РФФИ, проекты № 13-08-97019-р_поволжье_а, № 13-01-97002-р_поволжье_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Горелов Ю. Н.*, *Данилов С. Б.*, , *Тропкина Е. А.* Об одном подходе к приближенному решению задачи оптимального управления переориентацией космического аппарата. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2011, т. 18, в. 3, с. 429–431.
2. *Крылов В. И.*, *Бобков В. В.*, *Монастырный П. И.* Вычислительные методы. Т. 2. М.: Наука, 1977, 400 с.
3. *Мороз А. И.* Курс теории систем. М.: Высшая школа, 1987, 304 с.