ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2013

В. В. Болтянский (Великий Новгород, НовГУ). **Общность положения системы замкнутых подпространств банахова пространства.**

Важную роль в теории шатров [1] играет общность положения замкнутых подпространств банахова пространства.

Определение 1. Систему замкнутых подпространств $L_1, L_2, \ldots, L_k$ ($k \geqslant 2$) банахова пространства B будем называть находящейся в общем положении, если для произвольного $\varepsilon > 0$ найдется такое $\delta > 0$, что при любом $\alpha \in B$ из выполнения неравенств $d(\alpha, L_i) \leqslant \delta\|\alpha\|$, $i = 1, \ldots, k$ следует $d(\alpha, L_1 \cap L_2 \cap \cdots \cap L_k) \leqslant \varepsilon\|\alpha\|$, где $d(\alpha, L_i) = \inf_{x \in L_i} \|\alpha - x\|$ — расстояние от точки $\alpha \in B$ до подпространства $L_i \in B$.

Пусть $Q_0, Q_1, \ldots, Q_s$ — замкнутые подпространства банахова пространства B. Пусть подпространства L_1, L_2 представляется в виде пересечения некоторых из $Q_0, Q_1, \ldots, Q_s$.

Определение 2. Система замкнутых подпространств $Q_0, Q_1, \ldots, Q_s$ банахова пространства B называется обладающей свойством общности пересечений, если любые два подпространства L_1, L_2, каждое из которых представляется в виде пересечения некоторых из подпространств $Q_0, Q_1, \ldots, Q_s$, находятся в общем положении.

Можно предположить, что если замкнутые подпространства $Q_0, Q_1, \ldots, Q_s$ попарно находятся в общем положении, то система подпространств $Q_0, Q_1, \ldots, Q_s$ обладает свойством общности пересечений. Однако рассмотренный автором пример показывает, что этого недостаточно.

Теорема. *Пусть $Q_0, Q_1, \ldots, Q_s$ — система замкнутых подпространств банахова пространства B. Для того чтобы эта система обладала свойством общности пересечений, необходимо и достаточно, чтобы каждая ее подсистема, содержащая не менее двух подпространств, находилась в общем положении.*

Заметим, что приведенное в теореме условие содержит меньше требований, чем в определении 2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Болтянский В. Г.* Метод шатров в теории экстремальных задач. — Успехи матем. наук, 1975, т. 30, в. 3(183), с. 3–55.