ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 5
2013

В. Н. Думачев, Н. В. Пешкова (Воронеж, ВИ МВД России). **О квантовании 3×3 биматричных игр.**

Использование алгоритмов квантовых вычислений позволяет получить новые результаты при анализе известных классических задач. Так, в работе [1] квантование задачи 2×2 биматричной игры позволило найти стратегии, дающие игрокам выигрыш больший, чем в классическом случае. Такой результат был достигнут благодаря использованию квантового оператора зацепления, позволяющего согласовывать мнения игроков перед этапом принятия своих решений. В настоящей работе рассматривается вариант 3×3 биматричной игры для игроков с 3-мя стратегиями.

Классическая постановка задачи и алгоритмы ее квантования остаются прежними [2] и заключаются в сопоставлении стратегиям игрока базисных векторов $|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle$ гильбертова пространства $\mathbf{H}$ трехуровневой системы (кутритов): $|\psi_0\rangle = a_k |k\rangle$; $(\sum a_k^2 = 1;\ k = 0,1,2)$. Игра заключается в том, что каждый игрок изменяет свое мнение относительно выбора стратегии с помощью унитарного оператора поворота:

$$|\psi_f\rangle = \mathbf{R}\,|\psi_0\rangle, \quad \text{где} \quad \mathbf{R} = e^{t\Sigma_1}, \quad \Sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{— обобщенная матрица Паули.}$$

После того, как игроки определились во мнениях (с помощью унитарного оператора $\mathbf{R}$) и сделали свои ходы, кубиты направляются для окончательного измерения. Выигрыш каждого игрока представляется эрмитовым оператором

$$\$ = \sum \alpha_{ik}\,|ik\rangle\,\langle ik|\,.$$

Ожидаемый выигрыш игрока является квантово-механическим средним

$$\overline{\$} = \langle \psi_f|\,\$\,|\psi_f\rangle\,.$$

Отличительной особенностью анализа квантованной игры является возможность использовать оператор зацепления

$$\mathbf{J} = e^{\gamma\Sigma_1\otimes\Sigma_1} = c_0(t)\Sigma_0\otimes\Sigma_0 + c_1(t)\Sigma_1\otimes\Sigma_1 + c_2(t)\Sigma_1^2\otimes\Sigma_1^2,$$

где

$$c_0(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^{3k}}{(3k)!}, \quad c_1(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^{3k+1}}{(3k+1)!}, \quad c_2(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^{3k+2}}{(3k+2)!}.$$

Данный оператор является кутритным аналогом [3] двухкубитного оператора CNOT и используется для создания полностью зацепленного квантового состояния типа шредингеровского кота, соответствующего коррелированному (согласованному) состоянию мнения игроков относительно выбора своих стратегий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Eisert J.*, *Wilkens M.*, *Lewenstein M.* Quantum Games and Quantum Strategies. — Phys. Rev. Lett., 1999, v. 83, p. 3077.
2. *Думачев В. Н.*, *Колесников С. Б.* Квантование матричных игр экваториальными кубитами. — Системы управления и информационные технологии, 2009, № 1(35), с. 76–80.
3. *Думачев В. Н.* Фазовые потоки и векторные гамильтонианы. — Изв. ВУЗов. Математика. 2011, № 3, с. 3–9.