ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2013

А. В. Колногоров (Великий Новгород, НовГУ). **Выделение сингулярности в предельном описании робастного параллельного управления в задаче о двуруком бандите.**

Развиваются результаты работ [1–2] для задачи о двуруком бандите. В [1] получено инвариантное рекуррентное уравнение для нахождения байесовских стратегии и риска, соответствующих наихудшему априорному распределению. В соответствии с основной теоремой теории игр, такое управление является минимаксным и, следовательно, робастным. Обозначим $f_D(s)=(2\pi D)^{-1/2}e^{-s^2/(2D)}$ плотность нормального распределения. В [2] предельное описание байесовского риска, соответствующего наихудшему априорному распределению, дается дифференциальным уравнением

$$\min_{\ell=1,2}\left(\frac{\partial r}{\partial t_\ell}+\frac{r}{t_\ell}+\frac{s}{t_\ell}\frac{\partial r}{\partial s}+\frac{t_\ell^2}{2}\frac{\partial^2 r}{\partial s^2}+g^{(\ell)}(s,t_1,t_2)\right)=0 \qquad (1)$$

с начальными и граничными условиями $r(s,t_1,t_2)|_{t_1+t_2=1}=0$, $r(+\infty,t_1,t_2)=r(-\infty,t_1,t_2)=0$ при $2\varepsilon_0\leqslant t\leqslant 1$, $t_1\geqslant\varepsilon_0$, $t_2\geqslant\varepsilon_0$, $t=t_1+t_2$. Здесь $\overline{\ell}=3-\ell$,

$$g^{(\ell)}(s,t_1,t_2)=\int_0^\infty 2wf_{t_1t_2t}(s+(-1)^{\ell+1}2wt_1t_2)\varrho(w)\,dw,\quad \ell=1,2.$$

Недостатком уравнения (1) является сингулярный характер его решения при $t_1=0$ и/или $t_2=0$ (именно этим обусловлены ограничения $t_1\geqslant\varepsilon_0$, $t_2\geqslant\varepsilon_0$). Однако эта сингулярность легко выделяется.

Теорема. *Пусть* $r(s,t_1,t_2)$ *является решением дифференциального уравнения* (1). *Тогда оно представимо в виде* $r(s,t_1,t_2)=f_{t_1t_2t}(s)\mathrm{r}(st^{-1},t_1,t_2)$ *где* $\mathrm{r}=\mathrm{r}(u,t_1,t_2)$ *является решением дифференциального уравнения*

$$\min_{\ell=1,2}\left(\frac{\partial \mathrm{r}}{\partial t_\ell}+\frac{t_\ell^2}{2t^2}\frac{\partial^2\mathrm{r}}{\partial u^2}+\mathrm{g}^{(\ell)}(u,t_1,t_2)\right)=0 \qquad (2)$$

с начальными и граничными условиями $\mathrm{r}(u,t_1,t_2)|_{t_1+t_2=1}=0$, $\mathrm{r}(+\infty,t_1,t_2)=\mathrm{r}(-\infty,t_1,t_2)=0$ *при* $2\varepsilon_0\leqslant t\leqslant 1$, $t_1\geqslant\varepsilon_0$, $t_2\geqslant\varepsilon_0$. *Здесь*

$$\mathrm{g}^{(\ell)}(u,t_1,t_2)=\int_0^c 2we^{(-1)^\ell 2uw-2w^2t_1t_2/t}\varrho(w)\,dw,\quad \ell=1,2.$$

Решение $\mathrm{r}=\mathrm{r}(u,t_1,t_2)$ равномерно ограничено и удовлетворяют условиям Липшица по u при всех u, t_1, t_2, т.е. несингулярно. Для минимаксного риска в области «близких распределений» Θ (см. [1]) справедлива асимптотическая оценка

$$\lim_{N\to\infty}N^{-1/2}R_N^M(\Theta)=\sup_{\varrho}\lim_{\varepsilon_0\to 0}\mathrm{r}(0,\varepsilon_0,\varepsilon_0).$$

Даются результаты численного моделирования решений уравнений (1), (2).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 13-01-00334.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колногоров А. В.* Робастное параллельное управление в задаче о двуруком бандите. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2011, т. 18, в. 3, с. 443–444.
2. *Колногоров А. В.* Предельное описание робастного параллельного управления в задаче о двуруком бандите. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2012, т. 19, в. 2, с. 209–210.