ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2013

Т. В. Ж г у н (Великий Новгород, НовГУ). **Вычисление интегрального показателя качества динамической системы на основе измеряемых данных.**

Рассмотрим построение интегральной оценки системы из m объектов, для которой в моменты времени $t = 1, 2, \ldots, p$ известны таблицы описаний этих объектов размерностью $m \times n$ — матрицы $A^k = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^{m,n}$. Для каждого момента наблюдения $t = k$ вектор интегральных показателей будет иметь вид $q^k = A^k \cdot w^k$, где $q^k = (q_1^k, q_2^k, \ldots, q_m^k)^T$ — вектор интегральных индикаторов, $w^k = (w_1^k, w_2^k, \ldots, w_m^k)^T$ — вектор весов показателей для момента $t = k$. Для фиксированного момента интегральную оценку чаще всего записывают для каждого рассматриваемого объекта с номером i в виде аддитивной свертки данных с некоторыми весами

$$q_i = \sum_{j=1}^{n} w_j a_{ij}, \quad i = 1, 2, \ldots, m. \tag{1}$$

Обычно веса w_j назначаются экспертами. Метод экспертных оценок широко используется в силу простоты получения информации, но не может считаться объективным. Лишены субъективности формальные методы, в частности, широко используется метод главных компонент, предложенный С. А. Айвазяном [1]. Согласно [1], вектор интегральных индикаторов для каждого объекта $q = Aw_1$ есть проекция векторов-строк матрицы данных A на первую главную компоненту, w_1 — собственный вектор, соответствующий максимальному собственному значению ковариационной матрицы. Этот метод используется для оценки статических систем в случае, если первая главная компонента хорошо приближает моделируемую ситуацию, т. е. в случае, если максимальное собственное число ковариационной матрицы дает вклад не менее 55% в сумму всех собственных чисел. Однако если такое предположение не выполняется, проекцию на первую компоненту нельзя считать удачной оценкой. Ситуацию можно исправить, если вместо одной компоненты выбрать l компонент, чтобы относительная доля разброса, приходящаяся на первые l главных компонент, была не менее определенной величины. Выбрав главные компоненты, для каждого признака эффект воздействия выбранных факторов суммируем и таким образом определяем веса в (1).

Чтобы иметь возможность оценивать характеристики системы в динамике, посмотрим на получаемую при работе информацию с точки зрения теории обработки сигналов как на сигнал, в котором имеется полезная информация — слабый сигнал, который нужно выделить — и шум. Измерение переменных неизбежно связано с точностью измерительного прибора, поэтому любой полученный с помощью измерения результат неизбежно содержит ошибку измеряемых данных, которая носит случайный характер. Любые регистрируемые данные, в том числе статистические есть результат измерения, неизбежно содержащего погрешность измерения. Любой результат, полученный на основании этих данных, также будет содержать эту неустранимую ошибку и ошибки, вызванные иными причинами. Переход к другому моменту времени означает изменение данных, которое вызвано как изменением объясняющих переменных, так и изменением случайной составляющей. Весовые коэффициенты при построении интегрального показателя будут иметь совсем иные значения для разных моментов наблюдений. Причем изменения этих значений может быть вызвано как изменением входных данных, так и случайными ошибками. Предполагая непрерывную зависимость вычисляемого показателя от изменения входных данных, определим природу такого изменения.

Переход к другому моменту времени означает изменение данных, которое вызвано как изменением объясняющих переменных, так и изменением случайной составляющей. Будем считать, что именно неслучайные коэффициенты главных компонент и являются той характеристикой системы, которая позволит нам определить веса интегрального индикатора и, значит, качество системы на промежутке наблюдений. Наличием неслучайного (т. е. значимого) вклада переменной в структуру главных компонент будем считать не большую величину факторной нагрузки, а инвариантность факторной нагрузки при возмущениях, признаком которой будет величина отношения сигнал/шум. Значение этого отношения, определяемое средними значениями факторных нагрузок и их среднеквадратичным отклонением, может варьироваться.

По статистическим данным для ряда наблюдений определим веса факторных нагрузок для l первых (наиболее весомых) главных компонент и определим значение интегрального показателя для фиксированного момента времени $t = k$. Тогда значение интегрального показателя рассматриваемой системы вычисляется по формуле

$$q^k = A^k W_l^*, \qquad (2)$$

где $W_l^* = (w_1^*, w_2^*, \ldots, w_l^*)$ — матрица, составленная по первым l компонентам, коэффициенты которых определены с учетом отношения сигнал/шум по всем наблюдениям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Айвазян С. А.* Интегральные индикаторы качества жизни населения: их построение и использование в социально-экономическом управлении межрегиональных сопоставлениях. М.: ЦЭМИ РАН, 2000, 56 с.