ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 21 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2014

Е. С. Волкова, В. Б. Гисин (Москва, Финансовый университет). **Внутренняя норма доходности денежных потоков с нечетко определенными платежами.**

Пусть $a_0, a_1, \ldots, a_n$ — денежный поток. Чистым дисконтированным доходом (ЧДД) относительно ставки дисконтирования r называется сумма $NPV(r) = \sum_{t=0}^{n} a_t(1+r)^{-t}$. Внутренняя норма доходности (ВНД) денежного потока является важной характеристикой, используемой при принятии инвестиционных решений, и определяется как решение (если оно существует) уравнения $NPV(r) = 0$ относительно r. Решения уравнения $NPV(r) = 0$ далеко не всегда являются экономически осмысленными. Корректность определения ВНД гарантируется некоторыми дополнительными условиями, например, условием Норстрема: в последовательности неттосумм $S_k = \sum_{t=0}^{k} a_t$, $k = 0 \div n$, происходит единственная перемена знака с минуса на плюс.

В случае, когда платежи определены нечетко (являются нечеткими величинами), ЧДД также является нечеткой величиной $NPV(r)$ для каждого значения r. В этом случае в соответствии с принципом обобщения Заде решением уравнения $NPV(r) = 0$ служит нечеткая величина IRR, имеющая следующую функцию принадлежности:

$$\mu_{IRR}(r) = \mu_{NPV(r)}(0).$$

(см. [1]). В случае, когда платежи задаются треугольными нечеткими числами и являются независимыми (noninteracting), IRR при выполнении аналога условия Норстрема оказывается корректно определенной нечеткой величиной [2]. Независимость здесь понимается в том смысле, что оценка возможности того или иного значения нечеткого платежа не зависит от оценки возможности значений других платежей. Алгебраически это означает, что суммирование нечетких величин при вычислении ЧДД проводится относительно т-нормы $T(\alpha, \beta) = \min(\alpha, \beta)$.

Наличие зависимости между нечеткими платежами можно учесть, используя т-нормы (ассоциативные копулы), отличные от минимума. Обозначим $\mu_t(x)$ — функцию принадлежности платежа a_t. Для вектора $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{n+1}$ положим $v_r(\mathbf{x}) = \sum_{t=0}^{n} x_t(1+r)^{-t}$ Пусть T — архимедова т-норма и g — ее аддитивный генератор. Тогда, применяя суммирование относительно т-нормы T, получаем

$$\mu_{NPV(r)}(0) = \max\Big\{g^{-1}\Big(\sum_{t=0}^{n} g(\mu_t(x_t))\Big)\big|v_r(\mathbf{x}) = 0\Big\}.$$

Так как аддитивный генератор — убывающая функция, вычисление $\mu_{IRR}(r)$ сводится к решению следующей задачи математического программирования:

$$\sum_{t=0}^{n} g(\mu_t(x_t)) \to \max \text{ при условии } v_r(\mathbf{x}) = 0.$$

Выбирая генератор g из параметрического семейства генераторов, можно учесть зависимость нечетких величин, выбрав соответствующее значение параметра. Например, пусть $g_s = -\ln\left(\frac{s^{\alpha}-1}{s-1}\right)$, $s > 0$, $s \neq 0$, — генератор из семейства Франка. Тогда $g_s(\alpha, \beta)$ стремится к $\min(\alpha\beta)$, $\alpha\beta$ или $\max(0, \alpha+\beta-1)$ в зависимости от того, стремится ли s соответственно к 0, 1 или $+\infty$. Таким образом, при оценке рисков можно сказать, применяя вероятностную терминологию, что потоку независимых платежей соответствуют значения s, близкие к 1, персистентному потоку платежей — значения s, близкие к 0, антиперсистентному потоку платежей — большие значения s.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Carlsson C.*, *Fullér R.* Capital budgeting problems with fuzzy cash flows. — Mathware Soft Comput., 1999, v. 6, № 1, p. 81–89.
2. *Волкова Е. С.*, *Гисин В. Б.* Внутренняя норма доходности денежных потоков с нечетко определенными платежами. — Oeconomia, Aerarium, Jus, 2012, № 3(04), с. 30–34.