ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 21 МАТЕМАТИКИ Выпуск 5
2014

В. К. Доманский, **В. Л. Крепс** (Санкт-Петербург, СПбЭМИ РАН). **Теоретико-игровые модели торгов несколькими активами и разложение многомерных распределений.**

Рассматриваются модели многошаговых торгов между двумя различно информированными игроками, на которых торгуется рисковые ценные бумаги (акции) m типов, $m \geqslant 2$. Ликвидные цены акций $s^1, s^2, \ldots, s^m$ — целочисленные случайные величины с совместным распределением $\mathbf{p}$ на m-мерной целочисленной решетке $\mathbf{Z}^m$. Перед началом торгов случайный ход выбирает ликвидные цены акций на весь период торгов согласно вероятностному распределению $\mathbf{p}$ известному обоим игрокам. Игрок 1 является инсайдером, он знает исход случайного хода. Игрок 2 не имеет этой информации. Игрок 2 знает, что Игрок 1 является инсайдером.

На каждом последовательном шаге торгов $t = 1, 2, \ldots, n$, оба игрока независимо и одновременно делают целочисленные векторные ставки, означающие предлагаемые цены за одну акцию каждого типа. Перед переходом к следующему шагу ставки объявляются. Назвавший более высокую цену за акцию данного типа покупает за эту цену одну акцию этого типа у противника. Оба Игрока стремятся максимизировать цену своего итогового «портфеля» (деньги плюс «рисковые» бумаги по их ликвидной цене).

Эта n-шаговая модель сводится к антагонистической повторяющейся игре $G_n(\mathbf{p})$ с неполной информацией у второго игрока, со счетным пространством состояний и со счетным пространством действий игроков. Мы показываем, что если дисперсии случайных цен акций конечны, то значения n-шаговых игр ограничены. Это позволяет рассматривать торги неограниченной продолжительности. Мы даем решения для соответствующих бесконечно-продолжающихся игр, конструируя оптимальные стратегии обоих игроков.

Для каждого актива оптимальная стратегия Игрока 2 независимо воспроизводит его оптимальную стратегию для игры торгов с одним рисковым активом (см. [1]).

При $m > 2$, как и в рассмотренном в работе [2] двумерном случае $(m = 2)$, мы строим оптимальные стратегии Игрока 1 для произвольных распределений $\mathbf{p}$ с конечным вектором дисперсий на основе его оптимальных стратегий для игр с не более, чем $m + 1$ состояниями, т. е. носитель распределения $\mathbf{p}$ содержит не более, чем $m + 1$ точку. Мы получаем, что мартингал апостериорных вероятностей, порожденный оптимальной стратегией Игрока 1 для игры с $(m + 1)$-точечным распределением представляет собой симметричное случайное блуждание по точкам целочисленной решетки, лежащим внутри симплекса, натянутого на нагруженные точки распределения. Симметрия нарушается в момент попадания на границу симплекса. Начиная с этого момента, игра превращается в одну из игр с распределениями, имеющими не более, чем m точек в носителе.

Для перехода к играм с произвольным распределением $\mathbf{p}$ мы строим симметричное представление распределений на $\mathbf{Z}^m$ с заданными средними в виде выпуклой комбинации распределений, с не более, чем $(m + 1)$-точечными носителями и с теми же

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2014 г.

средними. При этом для случая $m > 2$ мы используем несколько иной подход к разложению распределений, чем подход, описанный в работе [3] для двумерного случая ($m = 2$).

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 13-01-00462а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Доманский В. К.*, *Крепс В. Л.* Теоретико-игровая модель биржевых торгов: стратегические аспекты формирования цен на фондовых рынках. — Журнал новой экономической ассоциации, 2011, в. 11, с. 39–62.
2. *Domansky V.*, *Kreps V.* Repeated games with asymmetric information modeling financial markets with two risky assets. — RAIRO-Oper. Res., 2013, v. 47, p. 251–272.
3. *Domansky V.* Symmetric representations of bivariate distributions. — Statist. Probab. Lett., 2013, v. 83, p. 1054–1061.