

Д. Е. Шафранов (Челябинск, ЮУрГУ (НИУ)). **Об одной модели соболевского типа в пространстве гладких дифференциальных форм.**

Пусть Ω_n — n -мерное гладкое компактное ориентированное риманово многообразие без края. Рассмотрим пространство гладких дифференциальных k -форм определенных на многообразии Ω_n и обозначим их $H_k = H_k(\Omega_n)$. В этих пространствах формулой

$$(\xi, \eta)_0 = \int_{\Omega_n} \xi \wedge * \eta, \quad \xi, \eta \in H_k. \quad (1)$$

введем скалярное произведение. Норму, соответствующую скалярному произведению (1), обозначим $\|\cdot\|_0$. Пополнение линейного пространства H_k по норме $\|\cdot\|_0$ обозначим $\mathfrak{H}_0^k$.

Из теории гармонических полей [1] известна

Теорема (Ходжа–Кодаиры о расщеплении). *Для любого $k = 0, 1, \dots, n$ существует расщепление пространства $\mathfrak{H}_0^k$ в прямую ортогональную сумму*

$$\mathfrak{H}_0^k = \mathfrak{H}_{d0}^k \oplus \mathfrak{H}_{\delta 0}^k \oplus \mathfrak{H}_{\Delta 0}^k,$$

причем пространство $\mathfrak{H}_{\Delta 0}^k$ (гармонических форм) конечномерно.

В теории уравнений с необращающимся оператором при старшей производной, называемых уравнениями соболевского типа (см. [2])

$$L\dot{u} = Mu \quad (2)$$

функция u берется из некоторого функционального пространства U расщепляющегося в прямую сумму подпространств $U = U^0 \oplus U^1$, порождающую расщепление действия операторов L, M .

В работе [3] исследовано уравнение вида (2) с операторами $L = \lambda - \Delta$, $M = \alpha I$, где Δ — оператор Лапласа–Бельтрами, обобщающий оператор Лапласа на дифференциальных k -формах, а оператор I — тождественный. В качестве пространства U^0 там выступают гармонические k -формы $\mathfrak{H}_{\Delta 0}^k$, а U^1 ортогональные к гармоническим.

Здесь мы рассмотрим в качестве оператора $L : C^\infty(E) \Rightarrow C^\infty(E)$ эллиптический оператор порядка 2 на пространстве гладких сечений векторного расслоения E (дифференциальных k -форм $\mathfrak{H}_0^k$) над многообразием Ω_n . Оператор L^* — формально сопряженный к L .

Утверждение. *Для введенных операторов L, L^* существуют расщепление пространства $C^\infty(E)$ в прямую ортогональную сумму*

$$C^\infty(E) = L(C^\infty(E)) \oplus \ker L^*. \quad (3)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уорнер Ф. Основы теории гладких многообразий и групп Ли. М.: Мир, 1987.
2. Sviridyuk G. A., Fedorov V. E. Linear Sobolev Type Equations and Degenerate Semigroups of Operators. Utrecht; Boston; Köln; Tokyo: VSP, 2003.
3. Шафранов Д. Е., Шведчикова А. И. Уравнение Хоффа как модель упругой оболочки. — Вестник ЮУрГУ. Сер. Матем. моделирование и программирование. 2012, в. 12, № 18(277), с. 77–81.