ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 21 МАТЕМАТИКИ Выпуск 5
2014

Н. С. Абуева, Э. А. Пилосян, А. М. Фетисова (Сочи, СГУ). **Метод финансовых расчетов на безарбитражных рынках с бесконечным числом агрессивных скупщиков акций.**

В работе, представленной данным сообщением, детально разобраны все шаги метода сведения финансовых расчетов на бесконечномерных рынках к расчетам на (B,S)-рынках с конечным числом состояний.

Пусть $(\Omega,\mathcal{F})$ — измеримое пространство, где $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\ldots,\omega_i,\ldots,\}$ — счетное множество, а $\mathcal{F}$ — σ-алгебра всех его подмножеств. Множество вероятностных мер, нагружающих все точки множества Ω, будем обозначать P. Рассмотрим фильтрацию $(\mathcal{F}_k)_{k=0}^{N}(N<\infty)$ следующего вида:

$$A_0=\{\Omega,\varnothing\},\mathcal{F}_k=\sigma\{B_{k,\infty};A_{k,1},A_{k,2},\ldots,A_{k,i},\ldots;\\ A_{k-1,1},A_{k-1,2},\ldots,A_{k-1,i},\ldots;\ldots;A_{1,1},A_{1,2},\ldots,A_{1,i},\ldots\},$$

где $A_{k,i}(k=1,2,\ldots,N;i=1,2,\ldots)$ — событие, заключающееся в том, что акция скуплена i-м скупщиком в момент времени k; событие $B_{k,\infty}(k=0,1,\ldots,N)$ заключается в том, что к моменту времени k акция оказалась не скупленной. Будем предполагать, что $\mathcal{F}_N=\mathcal{F}$. Если M — некоторое множество, то символом $|M|$ мы будем обозначать число элементов множества M.

Поскольку компьютерная техника может оперировать только конечномерными структурами данных (а в нашей модели Ω — счетное множество) возникает вопрос: каким образом можно аппроксимировать исходную модель рынка моделью с конечным числом состояний. Оказывается эту задачу можно решить, если для каждого момента $k=1,2,\ldots,N$ определить порядок доступа скупщиков на рынок. Обозначим порядок попадания скупщиков на рынок для каждого момента времени k с помощью следующих перестановок множества натуральных чисел $N=\{1,2,3,\ldots\}$:

$$\begin{array}{c} 1:n_1^{(1)},n_1^{(2)},\ldots,n_1^{(i)},\ldots\\ 2:n_2^{(1)},n_2^{(2)},\ldots,n_2^{(i)},\ldots\\ \ldots\\ k:n_k^{(1)},n_k^{(2)},\ldots,n_k^{(i)},\ldots,\\ N:n_N^{(1)},n_N^{(2)},\ldots,n_N^{(i)},\ldots, \end{array}$$

где $n_k^{(1)}\in N(k=1,2,\ldots,N;i=1,2,\ldots)$. Опишем метод, примененный нами для получения конкретных значений чисел $n_k^{(i)}$.

Всем действующим на рынке скупщикам ставятся в соответствие веса p_i — вероятности, определяющие возможность скупщика попасть на рынок пораньше других. Получаем разбиение отрезка [0, 1] на интервалы:

p_1	p_2	p_3	$\ldots$	p_i	$\ldots$
0					1

.

Для каждого шага модели k производится розыгрыш, определяющий последовательность чисел $n_k^{(i)}$, т. е. номера скупщиков в порядке их попадания на рынок в момент времени k. Розыгрыш представляет собой серию из счетного числа испытаний, заключающихся в бросании точки на отрезок $[0,\, 1]$. В результате испытания точка попадает на один из перечисленных интервалов p_j, который мы помечаем как использованный. Считаем, что испытание завершилось успехом только в том случае, когда точка попала на непомеченный интервал. Испытания, завершившиеся неудачей, производим повторно, пока не наступит успех. Для каждого успеха имеем: номер скупщика, равный индексу интервала, на который попала точка; порядок доступа этого скупщика на рынок, равный номеру успеха в розыгрыше по порядку. Перед каждым розыгрышем считаем, что ни один интервал отрезка $[0,\, 1]$ не помечен.

Получаем новую схему разбиения атомов исходной модели, отражающую порядок доступа скупщиков на рынок.

Таким образом, порядок скупщиков в исходной модели был не определен. Построив новую модель, порядок скупщиков стал ранжирован. И это достаточно ясно показывается на примере агрессивной скупки, когда порядок появления скупщиков на рынке задается распределением Фарри.