ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 22 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2015

И. В. П а в л о в, О. В. Н а з а р ь к о (Ростов-на-Дону, РГСУ). **К концепции деформированного стохастического базиса в случае непрерывного времени.**

Пусть $(\Omega, (\mathbf{F}_t)_{t=0}^{\infty})$ — фильтрованное пространство с непрерывным (или дискретным) временем. Через $\mathbf{F}_{-1}$ мы будем обозначать тривиальную σ-алгебру $\{\Omega, \varnothing\}$, а через $\mathbf{F}_{\infty}$ — наименьшую σ-алгебру, содержащую все $\mathbf{F}_t$. Если $(\Omega, \mathbf{F}, P)$ — вероятностное пространство, а $\mathbf{G}$ — σ-подалгебра σ-алгебры $\mathbf{F}$, то будем использовать обозначение: $E^P_{\mathbf{G}} f = E^P[f|\mathbf{G}]$. Рассмотрим семейство $\mathbf{Q} = (Q^t_s, \mathbf{F}_t)_{\{0\leqslant s<t<\infty\}}$ вероятностных мер Q^t_s на $\mathbf{F}_t$, а также порождаемое им семейство $(E^t_s)_{\{0\leqslant s<t<\infty\}}$ операторов условного математического ожидания: $E^t_s f := E^{Q^t_s}_{\mathbf{F}_s} f$, где f — неотрицательная $\mathbf{F}_t$-измеримая с. в.

О п р е д е л е н и е. Тройку $(\Omega, (\mathbf{F}_t)_{t=0}^{\infty}, \mathbf{Q})$ будем называть деформированным стохастическим базисом 2-го рода (DSB2), если удовлетворяются условия:

1) $\forall\, 0 \leqslant s < r < t < \infty$ справедливо равенство $Q^r_s = Q^t_s|_{\mathbf{F}_r;}$

2) $\forall\, 0 \leqslant s < r < t < \infty$ выполняется соотношение $Q^r_s \ll Q^t_r|_{\mathbf{F}_r;}$

3) $\forall\, 0 \leqslant s < r < t < \infty$ и для любой неотрицательной $\mathbf{F}_t$-измеримой с. в. f Q^t_s-п. н. выполняется равенство: $E^t_s f = E^r_s E^t_r f$.

С помощью следующего предложения нетрудно строить нетривиальные DSB2 с непрерывным временем.

Предложение 1. *Пусть $(P_t)_{\{0\leqslant t<\infty\}}$ — семейство вероятностных мер на $(\Omega, \mathbf{F})$ таких, что при $s < t$, $P_s \ll P_t$ и $E^{P_s}_{\mathbf{F}_s} f = E^{P_s}_{\mathbf{F}_s}(E^{P_t}_{\mathbf{F}_t} f)$ для любой неотрицательной измеримой с. в. f. Пусть $\mathbf{Q} = (Q^t_s, \mathbf{F}_t)_{\{0\leqslant s<t<\infty\}}$, где $Q^t_s = P_s|_{\mathbf{F}_t}$. Тогда $(\Omega, (\mathbf{F}_t)_{t=0}^{\infty}, \mathbf{Q})$ есть DSB 2 .*

Теорема *Если $(\Omega, (\mathbf{F}_t)_{t=0}^{\infty}, \mathbf{Q})$ есть DSB 2 с дискретным временем, то*

$$Q^s_{s-1} \ll Q^{s+1}_s|\mathbf{F_s} \quad (s \in \mathbf{N} = \{1, 2, \ldots\}) \tag{1}$$

и для всех целых s и t таких, что $0 \leqslant s < t < \infty$, выполняется равенство

$$Q^t_s(A) = E^{Q^{s+1}_s} E^{Q^{s+2}_{s+1}}_{\mathbf{F}_{s+1}} \ldots E^{Q^t_{t-1}}_{\mathbf{F}_{t-1}} I_A, \quad A \in \mathbf{F}_t, \tag{2}$$

где I_A — индикатор события A.

Обратно, если семейство вероятностных мер $(Q^s_{s-1}, \mathbf{F}_s)_{s\in\mathbf{N}}$ таково, что выполняется соотношение (1) и меры $(Q^t_s, \mathbf{F}_t)_{\{0\leqslant s<t<\infty\}}$, заданы формулой (2), то $(\Omega, (\mathbf{F}_t)_{t=0}^{\infty}, \mathbf{Q})$ есть DSB2 с дискретным временем.

Предложение 2. *DSB 2 с дискретным временем естественным образом расширяется до DSB 2 с непрерывным временем.*

В докладе также будут рассмотрены обобщения на непрерывное время ряда результатов, полученных в [1–3] в случае дискретного времени.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 13-01-00637а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Павлов И. В.*, *Назарько О. В.* Теоремы о деформированных мартингалах: разложение Рисса, характеризация локальных мартингалов, вычисление квадратичных характеристик. — Изв. ВУЗов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки, 2015, № 1, с. 36–42.
2. *Павлов И. В.*, *Назарько О. В.* Теоремы о разложении деформированных мартингалов и их возможное применение в интеллектуальном моделировании. — Вестник РГУПС, 2013, № 4, с. 145–151.
3. *Павлов И. В.*, *Назарько О. В.* Теорема о преобразовании свободного выбора для деформированных субмартингалов. — Теория вероятн. и ее примен., 2014, т. 59, в. 3, с. 585–594.