ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 22 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2
2015

А. Н. Суров (Челябинск, ЮУрГУ).058 **Математическое моделирование теплофизических процессов при электрошлаковом наплавлении.**

Выполнено теоретическое исследование тепловой работы печи электрошлакового переплава (ЭШП) для получения полых слитков из спецстали. Основу исследований составили методы математического моделирования с использованием современных компьютерных технологий.

Получена математическая модель теплового взаимодействия между подвижным источником энергии в коаксиальной шлаковой ванне и всеми движущимися средами — охлаждающей водой, расходуемым электродом, наплавляемым полым слитком, жидкометаллической ванной.

Математическое описание теплофизических процессов проведено для специальной печи ЭШП полых слитков с двойным кристаллизатором, которую можно разбить на четыре зоны по вертикали D_i $(i = 1, 2, 3, 4):$ 1 — слой слитка твердого, 2 — слитка жидкого, 3 — шлака, 4 — электрода. Печь с полым слитком симметрична относительно оси, поэтому система состоит из пяти дифференциальных уравнений энергии в цилиндрических координатах, описывающих связь между средами соответственно: вода внешнего слоя (в_1), стенка (с_1), i-й слой, стенка (с_2) и вода внутреннего слоя (в_2).

При выводе уравнений приняты допущения: теплофизические параметры воды, стенки кристаллизатора, электрода, слитка не зависят от температуры, отсутствует диссипация энергии.

С учетом принятых допущений, уравнения энергии для областей
$D_1 = \{x, \tau\colon 0 < x \leqslant z,\ 0 < \tau \leqslant \tau_k\}$, $D_2 = \{x, \tau\colon z \leqslant x < p,\ \tau > 0\}$,
$D_3 = \{x, \tau\colon p < x < d,\ \tau > 0\}$, $D_4 = \{x, \tau\colon d < x < 1,\ x > 0\}$ запишем в виде:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\theta_{\text{в}_1}}{\partial\tau} + v_{\text{в}_1}\dfrac{\partial\theta_{\text{в}_1}}{\partial x} = K_{\text{в}_1,\text{с}_1}(\theta_{\text{с}_1} - \theta_{\text{в}_1}) + a_{\text{в}_1}\dfrac{\partial^2\theta_{\text{в}_1}}{\partial x^2};\\ \dfrac{\partial\theta_{\text{с}_1}}{\partial\tau} = K_{\text{с}_1,\text{в}_1}(\theta_{\text{в}_1} - \theta_{\text{с}_1}) + K_{\text{с}_1,i}(\theta_i - \theta_{\text{с}_1}) + a_{\text{с}_1}\dfrac{\partial^2\theta_{\text{с}_1}}{\partial x^2};\\ \dfrac{\partial\theta_i}{\partial\tau} + v_i\dfrac{\partial\theta_i}{\partial x} = K_{i,\text{с}}(\theta_\text{с} - \theta_i) + a_i\dfrac{\partial^2\theta_i}{\partial x^2} + a_i\Big(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\theta_i}{\partial r} + \dfrac{\partial^2\theta_i}{\partial r^2}\Big);\\ \dfrac{\partial\theta_{\text{с}_2}}{\partial\tau} = K_{\text{с}_2,\text{в}_2}(\theta_{\text{с}_2} - \theta_{\text{в}_2}) + K_{\text{с}_2,i}(\theta_i - \theta_{\text{с}_2}) + a_{\text{с}_2}\dfrac{\partial^2\theta_{\text{с}_2}}{\partial x^2};\\ \dfrac{\partial\theta_{\text{в}_2}}{\partial\tau} \pm v_{\text{в}_2}\dfrac{\partial\theta_{\text{в}_2}}{\partial x} = K_{\text{в}_2,\text{с}_2}(\theta_{\text{с}_2} - \theta_{\text{в}_2}) + a_{\text{в}_2}\dfrac{\partial^2\theta_{\text{в}_2}}{\partial x^2}, \end{cases}$$

где $i = 1, 2, 3, 4$.

Начальные условия:

$$\theta^i(x, r, 0) = \varphi^i(x, r), \quad \varphi^i = [\varphi_{\text{в}_1}, \varphi_{\text{в}_2}, \varphi_\text{с}, \varphi_j]^T, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad r_1 \leqslant r \leqslant r_2,$$

$$Z(0, r) = Z_0, \quad Z_0 = [0, 0, 0, Z(r)]^T; \quad \Delta(0, r) = \Delta_0, \quad \Delta_0 = [0, 0, 0, \Delta(r)]^T,$$

на подвижной границе фазового перехода «слиток твердый — слиток жидкий»

$$\rho_\text{ст} q z_t = \lambda_\text{ст}\big[\theta_\text{ст}(z - 0, \tau)\big]_x - \lambda_\text{сж}\big[\theta_\text{сж}(z + 0, \tau)\big]_x,$$

на подвижной границе «шлак — электрод»

$$\rho_{\text{ш}} q \Delta_\tau = \lambda_{\text{ш}} \big[\theta_{\text{ш}}(c+\Delta-0,\tau)\big]_x - \lambda_{\text{э}} \big[\theta_{\text{э}}(c+\Delta+0,\tau)\big]_x,$$

Условия на границах областей D_i :

$$\begin{aligned}
&\theta'(0,r,0) = T_{\text{пл}};\\
&\theta'(0,r,\tau) = \psi'(r,\tau), \quad \psi' = [\psi_{\text{в}_1}, \psi_{\text{в}_2}, \psi_{\text{с}}, \psi_{\text{ст}}]^T;\\
&\theta_x^{IV}(l,r,\tau) = 0; \quad \lambda_{\text{ст}}[\theta_{\text{ст}}(0,r,\tau)]_x = \alpha_{\text{ст,с}}[\theta_{\text{ст}}(0,r,\tau) - \theta_{\text{с}}];\\
&\theta_{\text{ст}}(z-0,r,\tau) = \theta_{\text{сж}}(z+0,r,\tau) = T_{\text{пл}};\\
&\theta_{\text{сж}}(p,r,\tau) = T_{\text{ш}};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\theta_r''(x,r_1,\tau) = [0],\ \theta_r''(x,r_2,\tau) = [0],\ \theta'' = [\theta_{\text{ст}}, \theta_{\text{сж}}, \theta_{\text{ш}}, \theta_{\text{э}}]^T;\\
&\Lambda[\theta''''(x,r,\tau)]_x = \alpha[\theta''''(x,R,\tau) - \theta_{\text{с}}];
\end{aligned}$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{\text{ст}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \lambda_{\text{сж}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \lambda_{\text{ш}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{\text{э}} \end{bmatrix}; \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{\text{ст,с}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \alpha_{\text{сж,с}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \alpha_{\text{ш,с}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{\text{э,с}} \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned}
&\theta'''(d,r,\tau) = T_{\text{ш}};\\
&\theta_{\text{эл}}(p+\Delta-0,r,\tau) = \theta_{\text{эл}}(p+\Delta+0,r,\tau) = T_{\text{пл}};\\
&Q = I^2 R_{\text{ш}};
\end{aligned}$$

$$K_{2,4} = \frac{\sigma P_4}{\rho_4 c_4 \gamma_4} \frac{(\theta_{\text{э}}+273)^4 - (\theta_{\text{с}}+273)^4}{\theta_{\text{э}} - \theta_{\text{с}}}; \quad K_{ij} = \frac{\alpha_{ij} p_i}{\rho_i c_i S_i}.$$

В уравнениях приняты обозначения: индексы $\text{в}_1, \text{в}_2, \text{с}_1, \text{с}_2, \text{ст}, \text{сж}, \text{ш}, \text{э}$ у соответствующих параметров относятся к воде, стенкам, слитку твердой фазы, слитку жидкой фазы, шлаковой ванне, электроду; $i = 1$, $j = \text{ст}$; $i = 2$, $j = \text{сж}$; $i = 3$, $j = \text{ш}$, $i = 4$, $j = \text{э}$; $\theta_{\text{в}_1}$, $\theta_{\text{в}_2}$, $\theta_{\text{с}_1}$, $\theta_{\text{с}_2}$, $\theta_{\text{ст}}$, $\theta_{\text{сж}}$, $\theta_{\text{ш}}$, $\theta_{\text{э}}$ — соответствующие температуры сред; ρ_i, c_i, λ_i, a_i — соответственно плотность, удельная теплоемкость, теплопроводность, температуропроводность i-й среды; α_{ij}, P_i, S_i — соответственно коэффициент теплоотдачи между i-й и j-й средой, периметр раздела и площадь поперечного сечения i-й среды; V_i — скорость движения i-й среды; x, r, τ, z, Δ, p — соответственно текущие координаты по длине, радиусу аппарата, время, координата подвижной границы в слитке, координата подвижной границы в электроде и граница между электродом и жидкой ванной; $T_{\text{пл}}, T_{\text{ш}}$ — соответственно температуры плавления и шлаковой ванны; q — теплота кристаллизации; $\varphi_i, \psi_i, \theta_i$ — известные распределения температур по соответствующим координатам; m — номер коаксиального слоя для слитка; σ — коэффициент лучеиспускания.

Термодинамические соотношения, замыкающие эту систему, такие, как зависимость коэффициента теплоотдачи от охлаждающей воды, коэффициента излучения и др., взяты из экспериментальных данных, полученных разными авторами.

Численными исследованиями показано влияние геометрических параметров переплавной установки, технологических — скорости наплавления, скорости движения охладителя, тока переплава — на форму жидкометаллической ванны, определяющей в основном режим кристаллизации металла, структуру, в конечном итоге на его качество.

Полученная математическая модель теплового взаимодействия при ЭШП является значимым теоретическим дополнением для анализа металлургических процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Суров А. Н.*, *Потапов В. И.*, *Бугаев М. С.* Расчет температурных полей в полых слитках при электрошлаковом переплаве. — Вестник ЮУрГУ. Сер. Металлургия, 2006, в. 7, № 10, с. 73–75.
2. *Суров А. Н.* Математическое описание теплообмена в трубчатых многослойных структурах с движущимися средами. — Наука, техника и образование. М: Изд-во Проблемы науки, 2014, № 5, с. 83–92.