ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 22 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2015

А. В. Корольков, В. Б. Сапожников (Королев, ООО Научно-технический внедренческий центр «ЭДУКОН»). **Имитационная модель движения газового пузыря в жидкости в переменном поле ускорения.**

Изменения относительного положения жидкости и газа в емкости необходимо учитывать при реализации многих технологических процессов на борту космического аппарата (КА). Например, при запуске двигателя КА в условиях, близких к невесомости, недопустимо попадание газа наддува в заборное устройство топливного бака. В связи с этим, выход на режим расхода топлива осуществляется постепенно, по определенному закону.Расход топлива определяет тягу двигателя,а значит ускорение КА и силы плавучести, отводящие газовый пузырь от заборного устройства. Для согласования выхода расхода на режим с перемещением газового объема разработана имитационная модель движения газового пузыря при изменении величины ускорения.

Если газовый пузырь не касается стенок емкости, то он имеет форму шара, и его перемещение можно рассчитать по формуле Стокса [1]

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 6\pi\mu r u, \tag{1}$$

где ρ, g, μ, r, u — плотность жидкости, ускорение, коэффициент динамической вязкости, радиус газового пузыря и скорость его стационарного движения, соответственно.

Если газовый пузырь контактирует со стенками емкости, то его форма зависит от величины и направления вектора ускорения, а также от физических параметров, определяющих поверхностное натяжение поверхности раздела сред и угла смачивания жидкостью стенок емкости. В переменном поле вектора ускорения перемещение газового пузыря определено стремлением поверхности раздела сред занять текущее равновесное положение.

Ограничимся случаем, когда ускорение, создаваемое двигателем КА, направлено вдоль оси симметрии топливного бака. При постоянном ускорении вдоль оси симметрии топливного бака форма газового пузыря также будет обладать осевой симметрией и определяться равновесным положением границы раздела сред для текущей величины ускорения (рис. 1.).

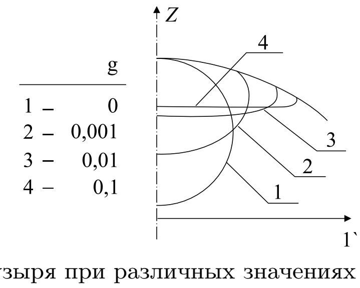

Рис. 1. Формы газового пузыря при различных значениях ускорения

По линии контакта жидкости со стенкой бака под углом смачивания стенки жидкостью действует сила поверхностного натяжения, которая уравновешивается силами плавучести. Равновесные формы поверхности жидкости для осесимметричного случая хорошо известны. Для заданных параметров ρ, σ, α, g (плотности жидкости, коэффициента поверхностного натяжения, угла смачивания и текущего постоянного ускорения вдоль оси симметрии, плотностью газа пренебрегаем) равновесная форма является решением системы дифференциальных уравнений [2]

$$\begin{cases} \dfrac{d^2r}{ds^2} = \dfrac{dz}{ds}\Big(bz + q - \dfrac{dz}{ds}/r\Big) \\ \dfrac{d^2z}{ds^2} = \dfrac{dr}{ds}\Big(bz + q - \dfrac{dz}{ds}/r\Big) \end{cases} \qquad (2)$$

Здесь $b = \rho g/\sigma$, функции $z(s)$ и $r(s)$ параметрически задают форму кривой в радиальном сечении равновесной поверхности, q — параметр, имеющий смысл кривизны на оси симметрии. При граничных условиях на оси симметрии (при $s = 0$)

$$r(0) = 0, \quad \frac{dr}{ds}(0) = 1, \quad z(0) = z_0, \quad \frac{dz}{ds}(0) = 0 \qquad (3)$$

задача Коши (2)–(3) решается численно,например методом Руге–Кутты.

При мгновенном изменении величины ускорения через некоторый промежуток времени поверхность раздела сред принимает новую равновесную форму. При этом движение жидкости осуществляется под действием разности сил плавучести и сил поверхностного натяжения. В осесимметричном случае центр масс жидкости перемещается вдоль оси симметрии, поэтому достаточно рассматривать лишь проекции этих сил на ось симметрии.

Поскольку скорости движения жидкости в условиях, близких к невесомости, малы, можно отнести инерционные свойства всего объема жидкости к центру масс. Поэтому уравнение движения центра масс жидкости можно описать так

$$\frac{d^2z}{dt^2} = F/M, \qquad (4)$$

где F — проекция разности сил плавучести и сил поверхностного натяжения на ось симметрии, M — масса жидкости.

Таким образом, в описанной модели движение газового пузыря имитируется последовательностью равновесных форм поверхности раздела сред со скоростью, определяемой интегрированием уравнения движения (4). Результаты вычислительных экспериментов с применением данной имитационной модели были использованы при планировании режимов выхода на режим ракетных двигателей при их запуске в условиях, близких к невесомости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л. М., Гончаров В. В.* Введение в механику сплошных сред. М.: Наука, 1982.
2. *Бабский В. Г., Копачевский Н. Д., Мышкис А. Д. и др.* Гидродинамика невесомости. М.: Наука, 1976.