ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 22 МАТЕМАТИКИ Выпуск 5
2015

В. О. Дрелихов, И. А. Круглов (Москва, «Центр сертификационных исследований», АКРФ). **Выравнивающие свойства эпиморфизмов конечных абелевых групп.**

Настоящая работа является непосредственным продолжением работы авторов [1]. В связи с этим, мы без оговорок используем введенные в [1] обозначения.

Возможности применения полученных в [1] результатов для оценки локальных характеристик схем выравнивания во многом зависят от количества ненулевых элементов в наборе коэффициентов Фурье используемого отображения H. Минимальное число данных коэффициентов достигается, если отображение H является гомоморфизмом группы G^n в группу G^m. Заметим также, что в этом случае для обеспечения качества выравнивания необходимо, чтобы отображение H было сюръективным. В связи с этим, всюду далее предполагается, что отображение H является эпиморфизмом (то есть сюръективным гомоморфизмом) группы G^n на группу G^m. В этом случае определен инъективный гомоморфизм $\widehat{H} : \widehat{G}^m \to \widehat{G}^n$ соответствующих групп неприводимых характеров, для которого $\widehat{H}(\overrightarrow{\psi}) = \overrightarrow{\psi} \circ H$ при любом $\overrightarrow{\psi} \in \widehat{G}^m$ («$\circ$» — композиция отображений).

Введем
дополнительные обозначения. Для любого элемента $\overrightarrow{\varphi} = (\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n) \in \widehat{G}^n$ положим
$$\|\overrightarrow{\varphi}\| = |\{j = 1, 2, \ldots, n \mid \varphi_j \neq \chi^{(0)}\}|.$$
Для любых $k = 1, 2, \ldots, m$ и $\chi \in \widehat{G}$ рассмотрим следующее подмножество $L_{k,\chi} \subset \widehat{G}^n$:
$$L_{k,\chi} = \{\widehat{H}(\overrightarrow{\psi}) \mid \overrightarrow{\psi} = (\psi_1, \psi_2, , \ldots, \psi_m) \in \widehat{G}^m \backslash (\chi^{(0)}, \ldots, \chi^{(0)}),\ \psi_k = \chi\},$$
и целые неотрицательные числа
$$N_{k,\chi}(t) = |\{\overrightarrow{\varphi} \in L_{k,\chi} \mid \|\overrightarrow{\varphi}\| = t\}|, \quad t = 1, 2, \ldots, n.$$
Далее предполагается, что члены последовательности случайных элементов $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ независимы и имеют одно и то же распределение $p_\xi(g) = \mathbf{P}\{\xi_i = g\}$, $g \in G$, $i = 1, 2, \ldots, n$, с коэффициентами преобразования Фурье $\widehat{p}_\xi(\chi) = \sum_{g \in G} p_\xi(g) \cdot (g, \chi)$, $\chi \in \widehat{G}$. Положим также $\widehat{\delta}_{max} = \max\{|\widehat{p}_\xi(\chi)|,\ \chi \in \widehat{G} \backslash \chi^{(0)}\}$.

Основным результатом данной работы является следующее утверждение.

Теорема. *Пусть отображение H является эпиморфизмом группы G^n на группу G^m, а члены последовательности случайных элементов $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ независимы и одинаково распределены. Тогда для любого $k = 1, 2, \ldots, m$ и любых элементов $g_1, \ldots, g_{k-1}, g_{k+1}, \ldots, g_m \in G$ из условия, что*
$$1 - \sum_{t=1}^{n} N_{k,\chi^{(0)}}(t) (\widehat{\delta}_{max})^t > 0,$$
следует неравенство
$$\varepsilon^{(k)}_{g_1, \ldots, g_{k-1}, g_{k+1}, \ldots, g_m} \leqslant \frac{1}{1 - \sum_{t=1}^{n} N_{k,\chi^{(0)}}(t) (\widehat{\delta}_{max})^t} \cdot \sqrt{\sum_{\chi \in \widehat{G} \backslash \chi^{(0)}} \left[\sum_{t=1}^{n} N_{k,\chi}(t) (\widehat{\delta}_{max})^t \right]^2}.$$

Введем обозначение

$$\rho = \sqrt{q \cdot \sum_{g \in G} \left(p_\xi(g) - \frac{1}{q}\right)^2}$$

для нормированной величины среднеквадратического уклонения распределения членов ξ_i исходной последовательности от равномерного распределения на множестве G. Ввиду равенства Парсеваля, из теоремы получим следующее утверждение.

Следствие. *При выполнении условий теоремы для любого* $k = 1, 2, \ldots, m$ *и любых элементов* $g_1, \ldots, g_{k-1}, g_{k+1}, \ldots, g_m \in G$ *из условия, что*

$$1 - \sum_{t=1}^{n} N_{k,\chi^{(0)}}(t) \cdot \rho^t > 0,$$

следует неравенство

$$\varepsilon^{(k)}_{g_1,\ldots,g_{k-1},g_{k+1},\ldots,g_m} \leqslant \frac{1}{1 - \sum_{t=1}^{n} N_{k,\chi^{(0)}}(t) \cdot \rho^t} \cdot \sqrt{\sum_{\chi \in \widehat{G} \setminus \chi^{(0)}} \left[\sum_{t=1}^{n} N_{k,\chi}(t) \cdot \rho^t\right]^2}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дрелихов В. О.*, *Круглов И. А.* Локальные характеристики выравнивающих свойств отображений конечных абелевых групп. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2015, т. 22, в. 4, с. 455–457.