## ОБОЗРЕНИЕ

## ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ Том 23 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1

2016

## О. В. С т а р о ж и л о в а (Самара, ПГУТИ). Математические модели для нелинейных задач деформирования тонких оболочек.

В настоящее время в условиях повышения требований к надежности и прочности элементов конструкций весьма актуальной проблемой механики деформируемого твердого тела является моделирование напряженно деформируемого состояния гибких пластин и оболочек. Тонкостенные элементы конструкций обеспечивают высокие прочностные показатели. Расширение сферы применения тонкостенных элементов приводит к необходимости возможно более полного учета реальных свойств материалов и деформативности конструкций. Условия эксплуатации требуют решения задач в упруго-пластической постановке, позволяющей определить истинный запас прочности.

Математическая модель решения дважды нелинейных задач деформирования гибких неоднородных оболочек использует пятимерное девиаторное пространство с последующим итерационным процессом.

Рассматриваются неоднородные многослойные оболочки переменной толщины и кривизны, удовлетворяющие условиям текучести Мизеса в каждом из слоев модели. Процесс нагружения реализован компонентами в девиаторных пространствах А. А. Ильюшина. Напряженно-деформированное состояние определяется симметричными тензорами напряжений. Напряжения, действующие в нормальном сечении, заменяются статически эквивалентной системой усилий и моментов, приложенных к срединной поверхности. Нелинейные краевые задачи решаются численными методами на базе конечно-разностных схем для тонких оболочек.

Расчет упруго-пластических деформаций в оболочках выполняется последовательными приближениями по вычисляемым в сечениях перемещениям и усилиям. Силовые факторы: усилия и моменты, — определяются интегрированием напряжений по толицине

При реализации алгоритма решения дважды нелинейной краевой задачи на каждом шаге по параметру прослеживания равновесных состояний организовано два итерационных цикла. Внешний цикл, где вычисляются невязки, основан на методе переменных параметров упругости. Уточнение секущего модуля идет до тех пор, пока в каждом узле трехмерной сеточной области интенсивно сти напряжений и деформаций не будут соответствовать диаграмме деформирования. Во внутреннем цикле решаются уравнения с использованием метода переменных направлений. В каждом узле пространственной трехмерной сетки проводится анализ на принадлежность его упругой или упруго-пластической области деформирования, по найденным деформациям срединной поверхности находятся усилия и моменты. Итерации выполняются до достижения необходимой степени установления процесса, когда характерные значения параметров напряженно-деформированного состояния оболочки перестают меняться в пределах заданной точности. На каждом шаге по параметру нагружения используется метод экстраполяции для получения нулевых приближений.

Решен широкий класс задач одно-, двух- и трехслойных токних оболочек, находящихся под действием равномерно распределенной поперечной нагрузки, при различных комбинациях и толщинах стальных и дюралюминиевых слоев. В двухступенчатом методе используется оптимизация итерационного процесса, основанная на спектральных свойствах одномерных разностных операторов. Метод обеспечивает сходимость процесса итераций для больших значений прогиба, когда роль нелинейных членов велика. Границы спектра находятся по специальному алгоритму.

Построенные математические модели деформирования тонкостенных элементов конструкций учитывает сжимаемость материала и реальный вид диаграммы деформирования. Моделирование задач деформирования нелинейных оболочек показали хорошую сходимость двухступенчатого итерационного метода, разработанного автором. Результаты получены с учетом геометрической и физической нелинейности.

Разработанный пакет программ позволяет единообразно проводить расчет гибких многослойных оболочек с учетом упруго-пластических деформаций, прослеживать развитие зон пластичности, разгрузки, вторичных пластических деформаций. Установлено, что неоднородность свойств материала по толщине оболочки может приводить к качественному изменению распределения напряжений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Старожилова О. В. Исследование напряженно-деформированного состояния тонкостенных элементов конструкций. — Вестник Уфимского государственного авиационного технического ун-та, 2013,т. 17, № 4,с. 38–43.