

В. Г. В ы с к р е б ц о в (Москва, УМ (МАМИ)). **О разрушении хрупких тел.**

Рассматривается процесс образования так называемых выколов на поверхности твердого хрупкого тела вокруг пятна контакта с цилиндрическим штампом при вдавливании последнего в хрупкое тело.

Ключевые слова: сплошная среда, твердое тело, выкол, упругое винклеровское основание, твердость, поверхностный слой, горная порода, функции Бесселя.

В настоящее время сплошные среды в первом приближении делят на жидкие и твердые. Сопротивление изменению своей формы для твердых тел измеряют так называемой твердостью, которая имеет множество (несколько десятков) определений.

В случае твердых горных пород (мрамор, гранит и др.) часто используется метод Шрейнера [1], который состоит в том, что в ровную поверхность испытуемого образца материала силой P вдавливают цилиндрический штамп (индентор) до того момента, пока не происходит так называемый выкол горной породы вокруг пятна контакта, при котором наблюдается поверхностное разрушение породы и скачкообразное перемещение штампа.

Диаметр выкола оказывается в несколько раз больше диаметра штампа. За меру твердости по Шрейнеру предлагается использовать удельную нагрузку в пятне контакта, при которой наблюдается выкол.

Опытами Н. М. Филимонова [2] на копре с падающим грузом установлено, что если по достижении выкола продолжать увеличение нагрузки на штамп, то при примерно двукратном ее увеличении происходит второй выкол с большим диаметром, а затем при нарастании нагрузки — третий выкол и т. д. При этом при промежуточном значении энергии падающего груза со штампом между значениями энергий (которая определялась высотой падения груза со штампом), например, первого и второго выколов, наблюдалось упругое отскакивание груза от породы без изменения объема выкола, т. е. без разрушения.

Вследствие неоднородности породы форма контура выколов заметно отличается от круговой. Но если провести усреднение радиусов R выколов, то соотношение радиусов первого, второго и третьего скачков выколов в одном из опытов (белый мрамор) оказалось равно: $R_{II}/R_I = 2,35$; $R_{III}/R_I = 2,05$.

Для уточнения характера поверхностных напряжений при образовании выколов на поверхность образцов горных пород (мрамор и гранит) наклеивались тензодатчики с малой базой (5 мм) Описанные опыты свидетельствуют о немонотонном, волнообразном изменении напряжений вокруг вдавливаемого штампа. Можно создать расчетную модель хрупкого тела, справедливость которой проверяется по соотношению радиусов максимальных растягивающих напряжений на поверхности твердого тела вокруг вдавливаемого штампа.

Дело в том, что теоретическое решение задачи о силе P , приложенной к точке плоской поверхности, приводит к выводу о монотонном, без наличия периодической составляющей, изменении величины прогиба W поверхности вокруг места приложения точечной силы согласно формуле: $W = P/[4\pi(\lambda + \mu)r]$.

Здесь W — величина прогиба; P — сила, действующая нормально к поверхности, λ и μ — коэффициенты Ляме, определяемые упругими свойствами материала, т. е. коэффициентом Пуассона и модулем упругости Юнга, r — расстояние от точки приложения силы. Считается, что указанная формула справедлива для всех точек поверхности упругого тела, не лежащих слишком близко к началу координат, так как при $r \rightarrow 0$ получаем $W \rightarrow \infty$. Формула получена в предположении однородного изотропного упругого тела. Учет неізотропности поверхностного слоя позволяет уточнить однородную модель твердого хрупкого тела и рассматривать образец хрупкого твердого тела как так называемое винклеровское основание.

Это основание рассматривает поверхностный слой материала образца толщиной h с отличающимися от массива свойствами как своеобразную пленку, на которую находящийся под поверхностным слоем массив оказывает давление p , пропорциональное величине прогиба W слоя в данной точке поверхности, равное: $p = -kW$. Здесь $k > 0$ — коэффициент упругости основания. Другими словами в поверхностный слой рассматривается как мембрана, а остальная часть породы — как упругое основание (винклеровское основание). Такое представление позволяет свести картину нагружения образца породы к уже известной задаче о нагружении мембраны толщиной h , так как для мембраны постоянной толщины h , нагруженной переменным по площади давлением p , справедливы следующие соотношения: $\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (Qr) \right] = -\frac{Q}{D}$, где Q — перерезывающая сила в слое толщиной h , приходящаяся на единицу длины дуги радиуса r ; θ — угол поворота поверхности мембраны в точке, находящейся на расстоянии r от места приложения силы F ; D — цилиндрическая жесткость мембраны, $D = \frac{E}{12(1-\mu^2)}$, где E и μ — соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала мембраны (т. е. поверхностного слоя толщиной h).

Поскольку при малых прогибах угол поворота поверхности мембраны $\theta = dW/dr$ и, кроме того, $p = -kW$, из написанных уравнений имеем:

$$\frac{d}{dr} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (Qr) \right] \right) \right\} = k(Q/D), \quad \text{где } \beta^4 = \frac{k}{D}.$$

Если допустить, что перерезывающая сила Q изменяется немонотонно, как $Q = \frac{dJ(\beta r)}{dr}$, где $J_0(\beta r)$ — функция Бесселя, то получим, учитывая, что $p = -kW$, что искомое выражение для прогибов W поверхности породы оказывается равным:

$$W(r) = W_0 J_0(\beta r).$$

Полученный результат позволяет объяснить скачкообразный характер разрушения хрупкой поверхности твердого тела при вдавливании в нее штампа: благодаря немонотонному изменению прогибов породы напряжения на поверхности породы вокруг пятна контакта имеют локальные экстремумы. Экстремумы растяжения будут иметь место при относительных значениях радиуса $r = 3,9; 10,2; 15,7$. Полагая, что трещины выколов должны развиваться на участках поверхности вокруг пятна контакта, где имеется концентрация растягивающих напряжений, получим, что соотношения между усредненными радиусами последовательных выколов (после первого, второго и третьего скачков разрушения) должны быть равными: $R_{II}/R_I = 2,6$; $R_{III}/R_{II} = 1,56$. Найденные экспериментально соотношения (для мрамора «Коелга») оказались в одной из серий опытов равны: $R_{II}/R_I = 2,6 \pm 0,2$; $R_{III}/R_{II} = 2,1 \pm 0,2$.

Учитывая варибельность свойств горных пород даже одного типа (мрамор, гранит и др.) относительную близость значений вычисленных и опытных соотношений размеров последовательных выколов можно признать удовлетворительной.

В общем случае деформация поверхности породы вокруг пятна контакта штампа описывается, по видимому, двумя составляющими: формулой, дающей монотонное изменение прогибов, и формулой, дающую немонотонную составляющую в виде

образования своеобразных «гофр». Такой характер деформирования поверхности дает возможность объяснить поведение породы при ударном нагружении штампов, когда при высокой скорости соударения сразу наблюдается образование, например, третьего скачка разрушения без образования начальных выколов.

При импульсном приложении нагрузки деформации поверхности массива породы развиваются одновременно и независимо по двум составляющим: монотонной и немонотонной. Абсолютная величина перемещений поверхностных слоев породы по первой составляющей больше, больше и силы инерции, препятствующие этому характеру деформации. Чем выше динамичность нагружения штампа, тем больше выражено гофрирование поверхности породы вокруг штампа, но меньше абсолютная величина гофра. В результате деформации поверхности, соответствующие первому скачку разрушения, не успевают развиться и выкол происходит в районе концентрации деформаций и напряжений второго или третьего скачка разрушения.

Помимо описанных опытов было выполнено несколько опытов по динамическому вдавливанию со скоростью штампа не массив хрупкого тела, а в его лист (пластин). При этом было отмечено, что образование обратного выкола, по размерам иногда заметно большего, чем прямого выкола. Подобные обратные выколы характерны и для толстых стекол при ударе в них, например, камнем. По видимому подобные обратные выколы происходят и при ударе снарядов по броне даже при условии того, что сама броня пробивается при этом не насквозь.

По крайней мере в мемуарной литературе по Великой Отечественной Войне упоминается о поражении танкистов раскаленными осколками брони при попадании снаряда в танк несмотря на то, что сквозного пробивания брони при этом и не наблюдалось. Это явление называется «заброневым эффектом». Современные танковые пушки калибром 125 мм при попадании вбивают внутрь танка до 400 кг раскаленных осколков.

Таким образом модель винклеровского основания может иметь заметно большую область применения, чем ее первоначальное приложение в области строительных фундаментов и железнодорожных путей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шрейнер Л. А. Твердость хрупких тел. М.-Л., изд-во АН СССР, 1949.
2. Филимонов Н. М. Разрушение горных пород при динамическом нагружении. — Дисс. на соискание уч. ст. канд. техн. наук, Уфа, 1965.
3. Симонов В. В., Вискребцов В. Г. Работа шарошечных долот и их совершенствование. М.: «Недра», 1975.