ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 23 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2016

О. П. Семичев, Ю. П. Шумилов (Москва, АО «НПК «СПП»). **Моделирование и анализ передаточной функции метода тройной корреляции.**

При получении неискаженных, в том числе, турбулентной атмосферой изображений низкоорбитальных космических объектов с применением астрономического метода тройной корреляции (МТК) возникает проблема короткого времени сохранения «постоянного ракурса» (т. е. наблюдения одной и той же «картинки» объекта). Это диктует очень жесткие требования по количеству кадров, которое будет удовлетворять требованию «постоянного ракурса». С другой стороны, при сильной турбулентности атмосферы и значительных остаточных аберрациях обусловленных оптико-механических трактом и системой разгрузки, МТК не будет работать при малой серии кадров. В работе [1] было предложено, сначала использовать адаптивную оптику для частичной компенсации искажений в каждом кадре, а потом использовать МТК. Установить области эффективной работы такой комплексной работы можно не прибегая к моделированию алгоритма МТК в целом, а лишь моделируя и анализируя его характеристику — передаточную функцию метода тройной корреляции, далее ПФ.

Запишем ПФ в виде

$$\begin{aligned}h(\vec{f_1},\vec{f_2}) &= \overline{G(\vec{f_1})G(\vec{f_2})G^*(\vec{f_1}+\vec{f_2})}\\ &= \iiint d\vec{\rho_1}d\vec{\rho_2}d\vec{\rho_3}A(\vec{\rho_1})A\Big(\vec{\rho_1}-\Big(\frac{\lambda l}{2\pi}\Big)\vec{f_1}\Big)A(\vec{\rho_2})A\Big(\vec{\rho_2}-\Big(\frac{\lambda l}{2\pi}\Big)\vec{f_2}\Big)A(\vec{\rho_3})A\Big(\vec{\rho_3}-\Big(\frac{\lambda l}{2\pi}\Big)(\vec{f_1}+\vec{f_2})\Big)\\ &\times \overline{\exp i\Big[\varphi(\vec{\rho_1})-\varphi\Big(\vec{\rho_1}-\Big(\frac{\lambda l}{2\pi}\Big)\vec{f_1}\Big)+\varphi(\vec{\rho_2})-\varphi\Big(\vec{\rho_2}-\Big(\frac{\lambda l}{2\pi}\Big)\vec{f_2}\Big)-\varphi(\vec{\rho_3})+\varphi\Big(\vec{\rho_3}-\Big(\frac{\lambda l}{2\pi}\Big)(\vec{f_1}+\vec{f_2})\Big)\Big]},\end{aligned}$$

где $\overline{\exp(\cdots)}$ — означает (здесь и далее) усреднение по ансамблю, $G(\vec{f})$ — пространственно-частотная характеристика системы атмосфера-телескоп (ПЧХ), имеющая вид

$$G(\vec{f}) = C\int g(\vec{r})\exp(-i\vec{r}\vec{f})d\vec{r} = C\int A(\vec{\rho})A\Big(\vec{\rho}-\Big(\frac{\lambda l}{2\pi}\Big)\vec{f}\Big)\exp i\Big[\varphi(\vec{\rho})-\varphi\Big(\vec{\rho}-\Big(\frac{\lambda l}{2\pi}\Big)\vec{f}\Big)\Big]d\vec{\rho},$$

$\varphi(\vec{\rho},t)$ — фазовые флюктуации, C — нормирующий множитель, $A(\vec{\rho})$ — функция зрачка, $A(\vec{\rho})=1$ при $\vec{\rho}\in A$; $A(\vec{\rho})=0$ при $\vec{\rho}\notin A$, λ — длина волны, l — расстояние от апертуры до плоскости изображения, $\vec{f}\geqslant 2\pi\vec{r_0}/\lambda l$. Причем регистрируются короткоэкспозиционные изображения $T_{\text{эксп}}\leqslant 10^{-3}c$. Для гауссовской статистики фазы с $\overline{\varphi(\vec{\rho},t)=0}$ и корреляционной функцией $\overline{\varphi(\vec{\rho_1})\varphi(\vec{\rho_2})}=\sigma_\theta^2 b(\vec{\rho_1}-\vec{\rho_2}), b(\vec{\rho_1}-\vec{\rho_2})$ — коэффициент корреляции, используя при интегрировании метод Лапласа, приходим к $h(\vec{f_1},\vec{f_2})=\overline{G(\vec{f_1})G(\vec{f_2})G*(\vec{f_1}+\vec{f_2})}=\overline{G(\vec{f_1})}\,\overline{G(\vec{f_2})}\,\overline{G^*(\vec{f_1}+\vec{f_2})}$. Таким образом, моделирование фазовых флуктуаций для решения поставленной задачи, можно проводить только для функции $\overline{G(\vec{f})}$.

Проведено моделирование для различных r_0, с учетом соотношения $r_0 = 0,31D\sigma_{\theta,D}^{-6/5}$ (без наклона фазового фронта). И того, что среднее значение атмосферных флуктуаций по приемной апертуре (поэтому вводится обозначение $\sigma_{\theta,D}$), как правило, не равно ее среднему по ансамблю нулевому значению. Заметим, что после полного усреднения для круглой апертуры диаметра $D, \overline{G(\vec{f})}$ будет численно равна площади пересечения кругов $A(\vec{\rho})$ и $A(\vec{\rho} - \lambda l/2\pi\vec{f})$. Расстояние между центрами кругов равно $(\lambda l/2\pi)|\vec{f}|$. Поэтому при $|\vec{f}| > 2\pi D/\lambda l$, $G(\vec{f}) = 0$. При $|\vec{f}| < 2\pi D/\lambda l$ площадь пересечения кругов равна

$$\overline{G(\vec{f})} = 2/\pi \left[\arccos(\lambda l|\vec{f}|/2\pi D) - (\lambda l|\vec{f}|/2\pi D)\sqrt{1 - (\lambda l/2\pi D)^2|\vec{f}|^2} \right].$$

Моделирование при $D = 3,12$ м, $\sigma_{\theta,D} = 6,28$; (см. [1]), показало, что уменьшение среднеквадратической ошибки за счет предварительной адаптации в 1.6 раза позволяет сократить количество кадров необходимых для реализации качественного восстановления изображений МТК с 40 до 10 кадров. Т. е. предложенное комплексирование методов восстановления изображений дает положительный эффект.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shumilov Yu. P.*, *Bakut P. A.*, *Vygon V. G.*, *Grishin E. A.*, *Shargorodskii V. D.* Photoreadout statistics analysis during space objects image acquisition in large aperture telescope. — In: Proc. SPIE 8773,87730K-1-87730K-6 (2013).